Olimpíada Brasileira de Física 2001
2ª Fase

Gabarito dos Exames para o 1º e 2º Anos

1ª QUESTÃO

Movimento Retilíneo Uniforme

Em um MRU a posição s(t) do móvel é dada por

$s(t) = s_0 + vt$,

onde s_0 é a posição inicial , v é a velocidade constante e t é o tempo. Portanto, $\Delta t = \Delta s/v$.

Em ambas situações, o espaço percorrido Δs é a soma dos comprimentos dos carros $L + \lambda$, e a velocidade a ser considerada deve ser a velocidade relativa entre os carros, ou seja: a) na situação 1, a velocidade relativa é a diferença das velocidades $V - v$, já que os carros deslocam-se no mesmo sentido; b) na situação 2, a velocidade relativa é a soma das velocidades $V + v$, pois os carros movimentam-se em sentidos opostos. Assim, tem-se:

Situação 1

$\Delta t = (L + \lambda) / (V - v)$

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{\Delta t = (L + \lambda) / (V - v)}}$

Situação 2

$\Delta t = (L + \lambda) / (V + v)$

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{\Delta t = (L + \lambda) / (V + v)}}$

2ª QUESTÃO

Movimento Uniformemente Variado

A equação horária de um MUV na direção vertical com o eixo orientado para cima é

$y(t) = y_0 + v_{0y}\, t - (g/2)t^2$.

O enunciado diz que quando t = 1 s $\Rightarrow$ y = 10 m, logo $y(t = 1) = 10 = y_0 + v_{0y} - 5$, (1)

e quando t = 2 s $\Rightarrow$ y = 15 m, logo $y(t = 2) = 15 = y_0 + v_{0y}\, 2 - 20$. (2)

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (1) e (2) tem-se:

$y_0 = -5$ m

$v_{0y} = 20$ m/s

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{v_{0y} = 20\ m/s}}$

A distância percorrida na vertical é dada por $\Delta y = y - y_0$. Usando a equação de Torricelli para este caso,

$v^2 = v_0^2 - 2g\,\Delta y$,

e substituindo-se $v = 0$, $v_0 = 20$ m/s, $g = 10$ m/s^2, obtém-se $\Delta y = 20$ m.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{\Delta y = 20\ m}}$

3ª QUESTÃO

Lançamento de Projéteis

a) O alcance horizontal de um lançamento de projétil é dado pela expressão:

$R = v^2\,\text{sen}(2\theta)\,/\,g$,

onde, neste caso, v é o módulo da velocidade do motociclista ao final da rampa, θ é o ângulo de inclinação da rampa com a horizontal e g é a aceleração da gravidade.

Aplicando a equação de Torricelli, tem-se que

$v^2 = v_0^2 + 2\,a\,L$,

onde v_0 é o módulo da velocidade do motociclista na base da rampa, a é o módulo de sua aceleração constante, ambas na direção da rampa, e L é o comprimento da rampa.

Substituindo os valores numéricos, L = 50 m, $v_0 = 30$ m/s e a = 1 m/s^2, na equação anterior, encontra-se

$v = \sqrt{1000}$ m/s,

que substituído na equação para R, juntamente com g = 10 m/s^2 e $\theta = 15^o$, leva a

R = 50 m.

Como cada automóvel tem comprimento 5 m e a frente de um automóvel está encostada à traseira do automóvel seguinte, então o número de automóveis N que o motociclista conseguirá saltar será igual a

N = R/5 = 10 automóveis.

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\textbf{N = 10 automóveis}}$

b) Substituindo agora $v = \sqrt{1000}$ m/s, $v_0 = 25$ m/s e L = 50 m na equação de Torricelli, o módulo da aceleração constante ao longo da rampa que o motociclista deve ter para realizar um salto com o mesmo alcance que o anterior deve ser

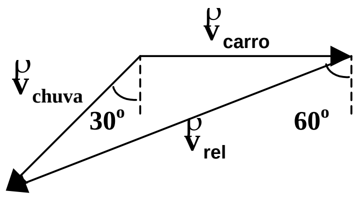
a = 3,75 m/s^2.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{a = 3{,}75\ m/s^2}}$

4ª QUESTÃO

Movimento Relativo em Duas Dimensões

De acordo com as informações do enunciado do problema, montamos o seguinte diagrama vetorial



com $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_{chuva} - \vec{v}_{carro}$, onde $\vec{v}_{rel}$ é o vetor velocidade da chuva em relação ao carro, $\vec{v}_{chuva}$ é o vetor velocidade da chuva em relação ao solo e $\vec{v}_{carro}$ é o vetor velocidade do carro em relação ao solo.

Expressando as componentes horizontal e vertical da equação vetorial acima, tem-se que:

Horizontal: $v_{rel}\,\text{sen}(60^o) = v_{carro} + v_{chuva}\,\text{sen}\,(30^o)$,

Vertical: $v_{rel}\cos(60^o) = v_{chuva}\cos(30^o)$.

Substituindo $v_{carro} = 40$ km/h nas equações acima, tem-se a solução do sistema :

$v_{chuva} = 40$ km/h

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{v_{chuva} = 40\ km/h}}$

$v_{rel} = 40\sqrt{3}$ km/h.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{v_{rel} = 40\sqrt{3}\ km/h}}$

5ª QUESTÃO

Movimento Circular

a) A velocidade angular <u>média</u> da haste é dada por

$\omega = \Delta\theta / \Delta t$,

onde $\Delta\theta$ representa o deslocamento angular ocorrido durante o intervalo de tempo Δt .

Nas circunstâncias do problema, sabe-se que $\Delta\theta = \pi/2$ rad, pois este é o deslocamento angular realizado pela haste do início (direção vertical) ao final (contato com a superfície horizontal) do movimento. É dado no problema que $\Delta t = 1{,}5$ s. Desta forma tem-se $\omega = (\pi/2 \text{ rad}) / (1{,}5 \text{ s})$, ou seja,

$\omega = \pi/3$ rad/s.

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\boldsymbol{\omega = \pi/3}\ \mathbf{rad/s}}$

b) O comprimento da haste (L) é equivalente ao raio da trajetória circular descrita pela sua extremidade livre. Desta forma, L pode ser determinado pela relação existente entre velocidades (médias) escalares lineares (v) e angulares (ω): $v = \omega L$

Assim, $L = v / \omega = (\pi /12) / (\pi /3)$.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{L = 0{,}25 \text{ m}}$

6ª QUESTÃO

Movimento Circular Uniformemente Variado

a) O módulo da aceleração centrípeta é dado por $a_{cp} = v^2/R = \omega^2 R$, pois $v = \omega R$, onde R = 1 m é o raio da trajetória circular. Pode-se identificar os termos da equação dada no enunciado:

$\theta(t) = 1 - 2t + t^2 = \theta_0 + \omega_0 t + (\alpha/2)t^2$, logo $\theta_0 = 1$ rad, $\omega_0 = -2$ rad/s; $(\alpha/2) = 1$ rad/s^2.

Assim, é possível escrever a equação da velocidade angular em função do tempo:

$\omega = \omega_0 + \alpha t = -2 + 2t$.

Portanto, para $t = 1$ s $\Rightarrow \omega = 0$ e então $a_{cp} = \omega^2 R = 0$.

A resposta do item **(a)** é $\boxed{a_{cp} = 0}$

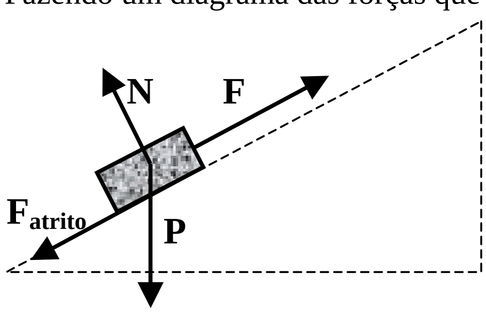
b) A aceleração tangencial é dada por $a_t = \alpha R = 2$ m/s^2

A resposta do item **(b)** é $\boxed{a_t = 2 \text{ m/s}^2}$

7ª QUESTÃO

Leis de Newton

a) Fazendo um diagrama das forças que atuam no bloco durante a subida, tem-se:



Na direção ao longo do plano: $F - F_{atrito} - P\text{sen}(\theta) = 0$ (1)
Na direção perpendicular ao plano: $N - P\cos(\theta) = 0$ (2)

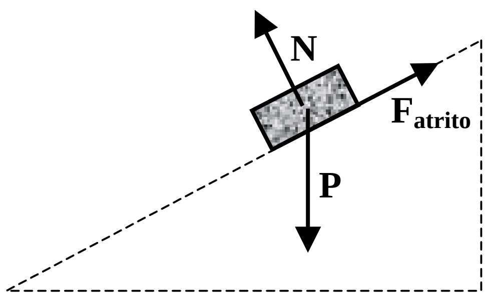
Pela 2ª lei de Newton, o lado direito das equações (1) e (2) são iguais a zero pois a aceleração em ambas as direções é nula.

Da equação (1), $F_{atrito} = F - P\text{sen}(\theta) = 3$ N.

A resposta do item **(a)** é

F_{atrito} = 3 N
Direção: ao longo do plano
Sentido: de cima para baixo

b) Durante a descida tem-se:



Na direção ao longo do plano: $P\text{sen}(\theta) - F_{atrito} = ma$ (3)

Na direção perpendicular ao plano: $N - P\cos(\theta) = 0$ (4)

Da equação (3), $a = [P\text{sen}(\theta) - F_{atrito}]/ m = 2\ m/s^2$.

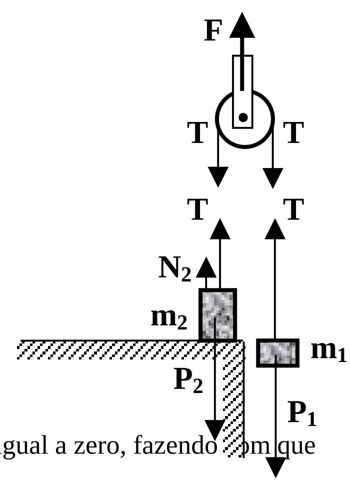
A resposta do item **(b)** é

$a = 2\ m/s^2$

<u>8ª QUESTÃO</u>

Leis de Newton

O diagrama de forças do sistema é dado por:



Como a polia ideal não possui massa, então a força resultante sobre ela é igual a zero, fazendo com que

$F = 2T$.

a) Se F = 30 N então T = 15 N. Como os pesos dos blocos 1 e 2 são respectivamente iguais a $P_1 = 10$ N e $P_2 = 20$ N, então o fio exercerá uma força de tensão T capaz de mover o bloco 1, porém insuficiente para levantar o bloco 2.

Aplicando a segunda lei de Newton ao bloco 1, obtém-se:

$T - P_1 = m_1 a_1$,

de modo que a aceleração para cima do bloco 1 será

$a_1 = 5\ m/s^2$.

A segunda lei de Newton aplicada ao bloco 2, que permanece em repouso, é escrita como

$P_2 = T + N_2$,

implicando numa força normal

$N_2 = 5$ N.

A resposta do item **(a)** é $\boxed{N_2 = 5 \text{ N}; a_1 = 5 \text{ m/s}^2}$

b) Se F = 50 N então T = 25 N. Nesse caso, a tensão é maior que ambos os pesos e portanto os blocos 1 e 2 irão se deslocar verticalmente para cima.

A segunda lei de Newton aplicada ao bloco 1 leva a

$a_1 = 15$ m/s^2,

e como o bloco 2 perde o contato com a superfície então

$N_2 = 0$.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{N_2 = 0; a_1 = 15 \text{ m/s}^2}$

9ª QUESTÃO

Equilíbrio Estático

a) Escrevendo as equações das forças que atuam nos blocos A e B:

Bloco A:
Ao longo do eixo horizontal: $F = T + Fat_A$ (1)
Ao longo do eixo vertical : $N_A = P_A = m_A\, g$ (2)
onde T é a tração no fio, Fat_A é a força de atrito, N_A é a reação normal, ambas aplicadas no bloco A, e P_A representa o peso do bloco A.

Bloco B:
Ao longo do eixo horizontal : $T \cos(\theta) = Fat_B$ (3)
Ao longo do eixo vertical : $N_B + T \,\text{sen}(\theta) = P_B$ (4)

onde Fat_B é a força de atrito, N_B é a reação normal, ambas aplicadas no bloco B, e P_B representa o peso do bloco B.

A reação normal no bloco A é imediatamente obtida da equação (2):

$N_A = m_A\, g = 30$ N

A reação normal no bloco B pode ser encontrada usando-se as equações (3) e (4) acima.
Da equação (4) temos $N_B = m_B g – T \,\text{sen}(\theta)$, e da equação (3), $T = Fat_B / \cos(\theta)$, logo

$N_B = m_B\, g – [Fat_B / \cos(\theta)] \,\text{sen}\, \theta$.

Mas como $Fat_B = \mu_E N_B$, tem-se

$N_B = m_B\, g / [1 + \mu_E\, tg(\theta)]$.

Para m_B= 5 kg, g= 10 m/s^2, $\theta = 60^o$ e $\mu_E = \sqrt{3} / 3$, obtém-se

$N_B = 25$ N

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{N_A = 30\ N;\ N_B = 25\ N}}$

b) O módulo força resultante que o fio exerce na polia (F_{polia}) é encontrado usando-se a lei dos cossenos:

$(F_{polia})^2 = T^2 + T^2 + 2\,T^2 \cos(180^o - \theta)$, onde $\theta = 60^o$, logo

$(F_{polia})^2 = 2\,T^2 + 2\,T^2 \cos(120^o)$. Já que $\cos(120^o) = -0,5$ tem-se

$F_{polia} = T = (\mu_E\, N_B) / \cos(\theta)$, e finalmente

$F_{polia} = (50\sqrt{3})/3$ N

A resposta do item **(b)** é

$F_{polia} = (50\sqrt{3})/3$ N;
Direção e sentido: o vetor faz um ângulo de 120º com a linha tracejada, descrito no sentido horário, a partir desta linha.

10ª QUESTÃO

Trabalho Realizado por uma Força

a) Sabe-se que o trabalho realizado pela força elástica é dado por

$\tau_{\text{força elástica}} = -\,k\,x^2 / 2$,
onde $x = R - L$ é o deslocamento da mola em relação à sua posição de equilíbrio no trajeto de A para B (note que o trabalho é <u>negativo</u>).

Logo,

$\tau_{\text{força elástica}} = -\,k\,(R - L)^2 / 2$

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\tau_{\text{força elástica}} = -\,k\,(R - L)^2 / 2}$

b) No trajeto de B para C, $\tau_{\text{força elástica}} = 0$, pois a força elástica é perpendicular ao deslocamento do bloco ao longo da trajetória.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\tau_{\text{força elástica}} = 0}$

11ª QUESTÃO

Conservação da Energia Mecânica e 2ª Lei de Newton

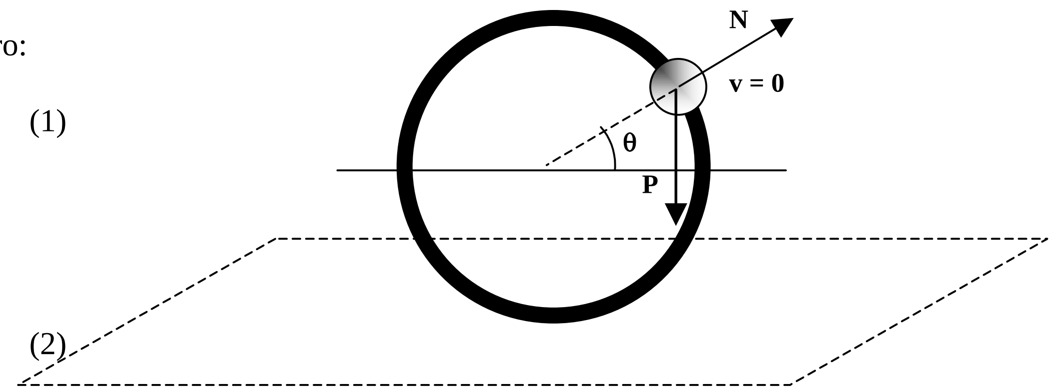
De acordo com o enunciado, pode-se escrever a seguinte equação para a conservação da energia mecânica E_M,

$E_M = E_C + E_P = 1{,}5\ mgR = (1/2)mv^2 + mgh$ (1)

onde E_C é a energia cinética, E_P é a energia potencial gravitacional, v é a velocidade da esfera e h a altura em relação ao ponto mais baixo do aro.

Da equação (1) conclui-se que a esfera não tem energia suficiente para atingir o ponto mais alto do aro. Ou seja, a esfera atinge a altura de 1,5 R e neste instante a sua velocidade é nula. Portanto, a força centrípeta F_{cp} neste instante também é nula.

Pode-se fazer um diagrama de forças que atuam na esfera quando v = 0.



Na direção tangencial ao aro:

$P\cos(\theta) = ma_t$, (1)

onde P é o peso da esfera.

Na direção radial:

$P\mathrm{sen}(\theta) - N = F_{cp} = 0$, (2)

onde N representa a reação normal do contato esfera-aro.

Da equação (1) obtém-se

$a_t = P\cos(\theta)/m = (\sqrt{3}/2)\ g$

A resposta do item **(a)** é $\boxed{a_t = (\sqrt{3}/2)\ g}$

Da equação (2) obtém-se

$N = P\mathrm{sen}(\theta) = (1/2)mg$

A resposta do item **(b)** é $\boxed{N = (1/2)mg}$

12ª QUESTÃO

Impulso e Quantidade de Movimento

a) A velocidade da bolinha imediatamente antes da colisão com o solo pode ser calculada usando-se a equação de Torricelli,

$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g\Delta y \Rightarrow v_y^2 = 0^2 - 2 \times 10 \times (0 - 12{,}8) \Rightarrow v_y = 16$ m/s.

O módulo da quantidade de movimento imediatamente antes da colisão é dado por

$Q_{antes} = m\ v_y = 0{,}1 \times 16 = 1{,}6$ kg m/s.

A velocidade da bolinha imediatamente após a colisão com o solo também pode ser calculada usando-se a equação de Torricelli,

$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g\Delta y \Rightarrow 0^2 = v_{y0}^2 - 2 \times 10 \times (9{,}8 - 0) \Rightarrow v_{y0} = 14$ m/s.

O módulo da quantidade de movimento imediatamente após a colisão é dado por

$Q_{depois} = m\ v_{y0} = 0{,}1 \times 14 = 1{,}4$ kgm/s.

A resposta do item **(a)** é

Q_{antes} = 1,6 kgm/s; Direção vertical; Sentido de cima para baixo
Q_{depois} = 1,4 kgm/s; Direção vertical; Sentido de baixo para cima

Não houve conservação da quantidade de movimento, $Q_{depois} \neq Q_{antes}$, uma vez que a força resultante diferente de zero sobre a bolinha durante a colisão faz variar a sua quantidade de movimento.

b) O módulo da força resultante média que atua sobre a bolinha é dado por

$F_R = \Delta Q/\Delta t = (Q_{depois} - Q_{antes})/\Delta t$.

Tomando como positivo o sentido de baixo para cima, então $Q_{antes} = -1{,}6$ kgm/s e $Q_{depois} = 1{,}4$ kgm/s, implicando em

$F_R = 15$ N

Porém, $F_R = N - P$, onde N é força normal média e P é o peso da bolinha. Portanto,

$N = F_R + P = 16$ N

A resposta do item **(b)** é

N = 16 N
Direção: vertical
Sentido: de baixo para cima

<u>13ª QUESTÃO</u>

a) O módulo da força F que a água exerce na base da garrafa é calculado a partir da pressão p na base e da área da base $A_1 = 100$ cm^2 $= 10^{-2}$ m^2:

$F = p\ A_1$.

Pela lei de Stevin,

$p = p_{atm} + \rho\ g\ (h_1 + h_2)$,

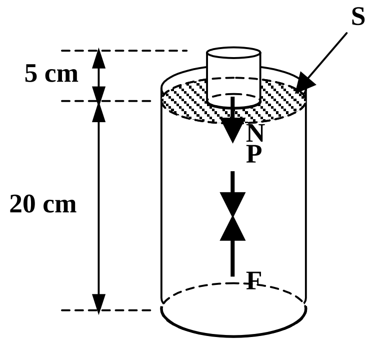
onde p_{atm} é a pressão atmosférica (a garrafa não tem tampa), $\rho = 10^3$ kg/m^3 é a densidade da água, $g = 10$ m/s^2 é a aceleração da gravidade, $h_1 = 20$ cm $= 0{,}2$ m é a altura do corpo cilíndrico da garrafa e $h_2 = 5$ cm $= 0{,}05$ m é a altura de seu gargalo também cilíndrico.

Se não se inclui a contribuição atmosférica $p_{atm}A_1$ para a força, obtém-se

F = 25 N

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{F = 25\ N}}$

b) A partir do diagrama de forças mostrado abaixo,



tem-se que

F = P + N,

com

$P = mg = \rho\, g\, (A_1 h_1 + A_2 h_2)$,

onde P é a força peso da água e $A_2 = 20\ cm^2 = 20\times10^{-2}\ m^2$ é a área de seção transversal do gargalo.

Deste modo, o módulo N da força exercida pela água na superfície S da figura é dado por

N = F – P = 4 N

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{N = 4\ N}}$

14ª QUESTÃO

a) Pela conservação da energia de uma esfera, tem-se que

$E_{M0} = E_{MF} + E_{dissipada}$,

onde E_{M0} e E_{MF} são, respectivamente, as energias mecânica inicial (na superfície da água) e final (no fundo da caixa d'água) da esfera e $E_{dissipada}$ é a energia dissipada no processo. Como a esfera está em repouso no início e no final, então

$E_{dissipada} = m\, g\, L$,

sendo a massa da esfera m = 1 kg, a aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$ e o deslocamento vertical da esfera até atingir o fundo (comprimento vertical da caixa d'água cúbica de volume $1\ m^3$) L = 1 m.

Considerando que toda a energia dissipada no processo é adicionada sob a forma de calor Q à água, que não há perdas térmicas e que a esfera não absorve calor, então, caso N esferas sejam soltas, teremos

$N\, E_{dissipada} = Q = M\, c\, \Delta T = \rho\, V\, c\, \Delta T$,

onde M, $\rho = 10^3\ kg/m^3$, $V = 1\ m^3$, $c = 4200\ J/kg{\cdot}K$ e $\Delta T = 1\ ^oC$ são, respectivamente, a massa, a densidade, o volume, o calor específico e a variação de temperatura da água no processo.

Substituindo o valor obtido para $E_{dissipada}$, obtém-se

$N = 419000$ esferas

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{N = 420000\ esferas}}$

b) Se o estudante solta esferas à taxa de uma esfera por segundo, então o número de horas necessário para aumentar em 1 ^oC a temperatura da água será de 419000/3600, o que implica numa ordem de grandeza de 10^2 horas.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{10^2\ horas}}$

15ª QUESTÃO

Eficiência de Máquinas Térmicas & 2ª Lei da Termodinâmica

a) A máxima eficiência (máximo rendimento) que a usina poderia alcançar num ciclo é dada por:

$\eta_{max} = 1 - T_F / T_Q$,

onde $T_Q = 127\ ^oC = 400$ K e $T_F = 27\ ^oC = 300$ K são, respectivamente, as temperaturas das fontes quente e fria durante o ciclo. Assim,

$\eta_{max} = 0,25 = 25\%$

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\boldsymbol{\eta_{max} = 0,25 = 25\%}}$

b) O rendimento de uma máquina térmica é definido como

$\eta = W / Q_Q$,

onde W é o trabalho realizado e Q_Q o calor absorvido da fonte quente em um ciclo. Se $\eta = 20\% = 0,2$ e $W = 3\times10^6$ J/ciclo, então $Q_Q = 1,5\times10^7$ J/ciclo.

Como $W = Q_Q - Q_F$, onde Q_F é o calor liberado para a fonte fria num ciclo, então $Q_F = 1,2\times10^7$ J/ciclo.

A variação de entropia total num ciclo é dada por

$\Delta S_{tot} = \Delta S_{usina} + \Delta S_Q + \Delta S_F$,

onde a variação de entropia da usina, ΔS_{usina} , é igual a zero, uma vez que esta opera num ciclo fechado. Considerando que as temperaturas da Terra (fonte quente) e da água do sistema de resfriamento (fonte fria) permanecem constantes durante o processo cíclico, então as variações de entropia das fontes quente e fria são dadas respectivamente por:

$\Delta S_Q = -Q_Q / T_Q$ e $\Delta S_F = Q_F / T_F$,

onde os sinais indicam que a fonte quente cede calor, enquanto que a fonte fria absorve calor.

Finalmente, substituindo os valores numéricos acima, obtém-se

$\Delta S_{tot} = 2500$ J/K·ciclo

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{\Delta S_{tot} = 2500\ J/K \cdot ciclo}}$

16ª QUESTÃO

Lei de Snell

a) O ângulo de desvio α pode ser calculado utilizando-se a lei de Snell, ou seja,

n_1 sen(θ_1) = n_2 sen(θ_2)

onde θ_1 é o ângulo que o raio incidente faz com a normal à superfície S no meio 1, enquanto que θ_2 é o ângulo que o raio refratado faz com a normal à superfície S no meio 2. O ângulo de desvio é dado por $\alpha = \theta_1 - \theta_2$.

Usando os dados do problema na expressão para a lei de Snell, obtém-se

1 sen(45^o) = $\sqrt{2}$ sen(θ_2), logo sen(θ_2) = 1/2 ou $\theta_2 = 30^o$.

Finalmente,

$\alpha = 45^o - 30^o = 15^o$

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\boldsymbol{\alpha = 15^o}}$

b) A razão v_1/v_2 entre as velocidades pode ser obtida a partir da definição do índice de refração para os meios 1 e 2

$n_1 = c / v_1$ ou $v_1 = c / n_1$; $n_2 = c / v_2$ ou $v_2 = c / n_2$,

onde c é o módulo da velocidade da luz no vácuo.

Desta forma, $v_1 / v_2 = n_2 / n_1 = \sqrt{2}$.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\boldsymbol{v_1 / v_2 = \sqrt{2}}}$