

Olimpíada Brasileira de Física 2001

2ª Fase

Gabarito do Exame para o 3º Ano

1ª QUESTÃO

Soma Vetorial & Conservação da Energia Mecânica

a) O módulo da aceleração total da pedra, a_{tot} , é dado em função dos módulos das acelerações centrípeta, a_{cp} , e tangencial, a_t , por

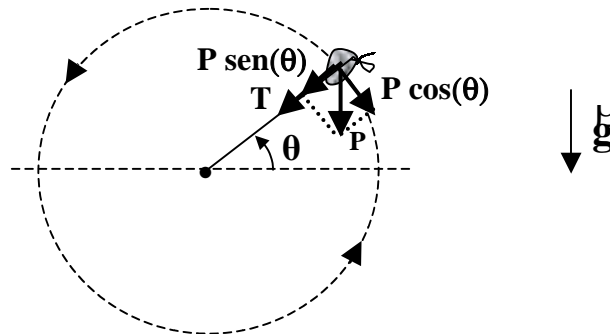
$$a_{\text{tot}}^2 = a_{\text{cp}}^2 + a_t^2.$$

Como a trajetória da pedra é circular de raio R , temos que

$$a_{\text{cp}} = v^2 / R,$$

onde v é o módulo de sua velocidade escalar. Portanto, a_{cp} será mínima quando v for mínima, isto é, no ponto mais alto ($\theta = \pi/2$ rad) da trajetória.

Por outro lado, como mostra a figura a seguir, a aceleração tangencial é devida à componente tangencial, $P \cos(\theta)$, da força peso P . Assim, a_t será mínima quando $P \cos(\theta)$ for nulo, o que ocorre nos pontos mais alto ($\theta = \pi/2$ rad) e mais baixo ($\theta = 3\pi/2$ rad) da trajetória.



A partir desses resultados, pode-se concluir que a_{tot} será mínima no ponto mais alto ($\theta = \pi/2$ rad) da trajetória circular.

A resposta do item (a) é

a_{tot} será mínima no ponto mais alto ($\theta = \pi/2$ rad) da trajetória circular.

b) Se não há atrito, a energia mecânica da pedra deve se conservar. Assim, se v_0 é a sua velocidade no ponto mais baixo da trajetória (em relação ao qual a energia potencial gravitacional é determinada), encontra-se

$$(1/2) m v_0^2 = (1/2) m v^2 + m g R [1 + \text{sen}(\theta)] .$$

Tirando o valor de v da equação acima e substituindo-o na equação para a aceleração centrípeta, obtém-se

$$a_{\text{cp}} = v_0^2 / R - 2 g [1 + \text{sen}(\theta)]$$

O módulo da aceleração tangencial, por sua vez, é determinado a partir da segunda lei de Newton aplicada ao longo dessa direção, isto é, $P \text{ sen}(\theta) = m a_t$. Portanto, tem-se

$$a_t = g \cos(\theta)$$

A resposta do item (b) é

$$\begin{aligned} a_{cp} &= v_0^2 / R - 2g[1 + \text{sen}(\theta)] \\ a_t &= g \cos(\theta) \end{aligned}$$

2ª QUESTÃO

Trabalho Realizado por uma Força

a) O trabalho realizado por uma força constante \vec{F} (módulo, direção e sentido) sobre um objeto que se desloca de uma distância d é dado por

$$\tau_F = F \times d \times \cos(\theta),$$

onde θ é o ângulo entre o vetor força e o vetor deslocamento. Assim, o trabalho realizado pela força de atrito quando o objeto passa uma vez no trecho AB de comprimento L e coeficiente de atrito cinético $\mu_C = 0,5$ é dado por

$$\tau_{\text{atrito}} = \mu_C mgL \cos(180^\circ) = -mgH/4$$

A resposta do item (a) é

$$\tau_{\text{atrito}} = -mgH/4$$

b) Quando o objeto de massa m é largado de uma altura H à esquerda do trecho AB, a sua energia mecânica vale

$$E_{\text{mecânica}} = E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}} = 0 + mgH = mgH.$$

Ao passar por cada trecho (AB ou CD) com atrito, parte desta energia mecânica é transformada em calor através da realização de trabalho pela força de atrito. Desta forma, ao atingir o extremo direito a energia mecânica disponível é

$$E_{\text{mecânica}} = mgH + 2 \times (-mgH/4) = mgH/2.$$

Retornando ao lado esquerdo, após passar o trecho CD, a energia mecânica vale

$$E_{\text{mecânica}} = mgH/2 - mgH/4 = mgH/4.$$

Visto que a elevação no centro requer uma energia mecânica mínima de

$$E_{\text{mínima}} = mgH/8,$$

o objeto possui portanto energia suficiente para passar mais uma vez sobre a elevação do centro. Após a passagem pelo trecho AB, no sentido BA, o objeto atinge o repouso, uma vez que a sua energia mecânica é nula ao final do trecho. Assim, o objeto passou duas vezes sobre a elevação do centro.

A resposta do item (b) é

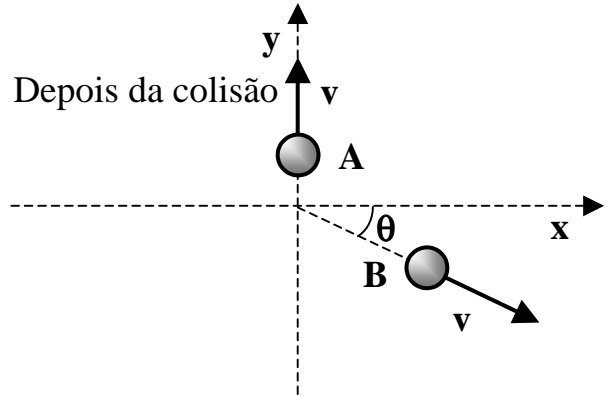
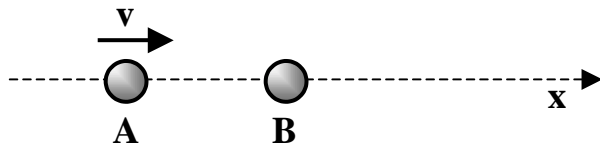
O objeto passa 2 (duas) vezes sobre a elevação do centro.

3ª QUESTÃO

Conservação da Quantidade de Movimento

a) Usando a conservação da quantidade de movimento ao longo dos eixos x e y:

Antes da colisão



$$\text{Eixo x : } m_A v = m_B v_B \cos(\theta) \quad (1)$$

$$\text{Eixo y: } m_A v_A = m_B v_B \sin(\theta), \quad (2)$$

onde v_A (v_B) representa a velocidade da esfera A (B) de massa m_A (m_B) após a colisão e θ é o ângulo formado entre o eixo x e a direção do movimento da esfera B após a colisão.

Sabendo que $v_A = v / \sqrt{3}$, obtém-se como solução do sistema de equações acima

$$\theta = \arctg(1 / \sqrt{3}) = 30^\circ$$

A resposta do item (a) é

$$\theta = 30^\circ$$

b) Para que a colisão seja perfeitamente elástica, é necessário que haja conservação da energia cinética do sistema, ou seja, que a soma das energias cinéticas das esferas antes e depois da colisão se mantenha constante:

$$(1/2) m_A v^2 + 0 = (1/2) m_A v_A^2 + (1/2) m_B v_B^2$$

Logo,

$$m_A / m_B = (3/2) (v_B / v)^2 \quad (3)$$

Assim, para se determinar a razão m_A / m_B , deve-se antes escrever v_B em termos de v . Usando a equação (1) acima, obtém-se

$$v_B = m_A v / (m_B \cos \theta) = (m_A / m_B) (2 / \sqrt{3}) v \quad (4)$$

Substituindo a equação (4) na (3), finalmente obtém-se que $m_A / m_B = 1/2$.

A resposta do item (b) é

$$m_A / m_B = 1/2$$

4ª QUESTÃO

1ª & 2ª Leis da Termodinâmica

a) A 1ª lei da Termodinâmica aplicada ao ar da sala de aula implica em uma variação nula de sua energia interna ΔE , isto é,

$$\Delta E = Q - W = 0,$$

pois não há calor trocado com o ambiente externo ($Q = 0$), uma vez que a sala está isolada termicamente, e não há trabalho realizado por suas moléculas constituintes ao se deslocar ($W = 0$).

Se o ar da sala é considerado um gás ideal, então

$$\Delta E = n c_v \Delta T,$$

onde n é o número de moles do gás, c_v é o seu calor específico molar a volume constante e ΔT é a sua variação de temperatura no processo termodinâmico. Assim, obtemos que $\Delta T = 0$, ou seja, as temperaturas final e inicial são iguais.

A resposta do item (a) é

$$\mathbf{T_F = T_0}$$

b) A variação total da entropia no processo (ΔS_{tot}) é igual à soma das variações de entropia do ar da sala ($\Delta S_{\text{gás}}$) e do ambiente externo ($\Delta S_{\text{ambiente}}$). Como não há troca de calor com o ambiente então $\Delta S_{\text{ambiente}} = 0$.

A variação de entropia do gás em um processo irreversível deve ser calculada a partir da variação de entropia de um processo reversível com os mesmos estados termodinâmicos inicial e final. Como $T_F = T_0$ então

$$\Delta S_{\text{gás}} = \Delta S_{\text{isoterma}} = 2,3 n R \log_{10}(V_f / V_i),$$

onde V_i e V_f são, respectivamente, os volumes inicial e final do gás ideal e R é a constante universal dos gases. Assim,

$$\Delta S_{\text{tot}} = 2,3 n R \log_{10}(V_f / V_i).$$

Substituindo $V_i = V_0$ e $V_f = V_0 / 1000$, tem-se $\Delta S_{\text{tot}} = -6,9 n R$.

Como $\Delta S_{\text{tot}} < 0$ então o processo em questão é impossível de ocorrer segundo a 2ª lei da Termodinâmica.

A resposta do item (b) é

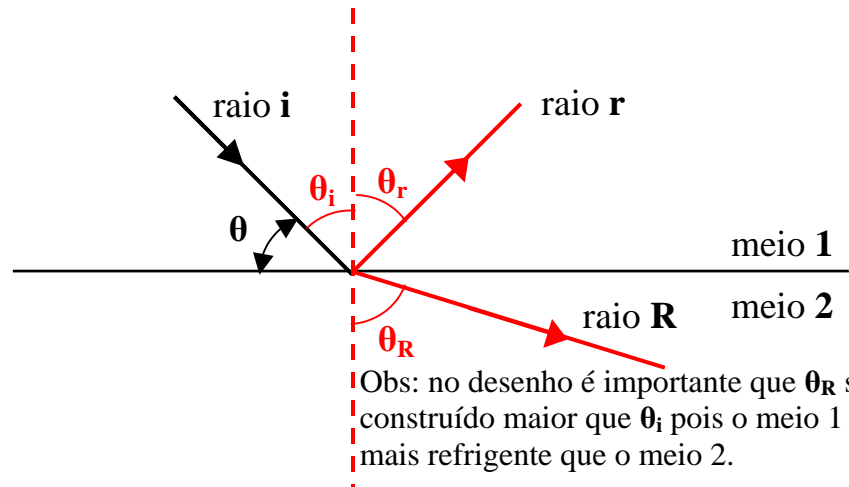
$\Delta S_{\text{tot}} = -6,9 n R$
Como $\Delta S_{\text{tot}} < 0$ então tal processo é impossível de ocorrer de acordo com a 2ª lei da Termodinâmica.

5ª QUESTÃO

Refração

A resposta do item (a) é

$$\theta_i = 90^\circ - \theta; \theta_r = \theta_i$$



b) A lei de Snell governa o fenômeno da refração. A lei estabelece uma relação entre os ângulos de incidência e refração, ou seja,

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_R).$$

Substituindo-se os dados fornecidos no enunciado tem-se

$$\sin(\theta_R) = 1 \Rightarrow \theta_R = 90^\circ.$$

Visto que $\theta_R = 90^\circ$, neste caso não há passagem de luz para o meio 2: o ângulo de incidência é exatamente o ângulo crítico acima do qual há reflexão total.

A resposta do item (b) é

**Lei de Snell: $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_R)$
 $\theta_R = 90^\circ$
O ângulo de incidência é o ângulo crítico acima do qual há reflexão total.**

6ª QUESTÃO

Ondas Mecânicas

a) Cada elemento da corda vibra na direção perpendicular à de propagação da energia, constituindo portanto uma onda transversal unidimensional.

Por outro lado, a propagação da onda sonora é tridimensional e longitudinal, uma vez que os pulsos de compressão e rarefação do ar vibram na direção de propagação da energia.

A resposta do item (a) é

**Onda na corda do violão: transversal e unidimensional
Onda sonora: longitudinal e tridimensional**

b) A velocidade v , o comprimento de onda λ e a frequência f de uma onda estão relacionados pela equação

$$v = \lambda f.$$

Ao vibrar, a corda de violão faz com que o ar ao seu redor vibre com a mesma frequência, gerando assim uma onda sonora que se propaga com velocidade $v_{\text{ar}} = 340$ m/s. Assim, usando a equação anterior, tem-se que:

$$\lambda_{\text{ar}} / \lambda_{\text{corda}} = v_{\text{ar}} / v_{\text{corda}}$$

onde a velocidade das ondas que ao se superporem deram origem à onda estacionária na corda é dada pela expressão $v_{\text{corda}} = (T/\mu)^{1/2}$, sendo $T = 500 \text{ N}$ a tensão na corda e μ a sua densidade linear de massa. Considerando $\mu = M/L$, onde $M = 0,25 \text{ g}$ é a massa da corda e $L = 50 \text{ cm}$ o seu comprimento, obtém-se que

$$v_{\text{corda}} = 1000 \text{ m/s,}$$

donde se segue que

$$\lambda_{\text{ar}} / \lambda_{\text{corda}} = 0,34.$$

A frequência do n -ésimo harmônico de uma onda estacionária numa corda de tamanho L presa em suas extremidades é dada pela expressão

$$f_n = n (v_{\text{corda}} / 2L).$$

Substituindo os valores numéricos, obtém-se

$$f_{n=1} = 1000 \text{ Hz.}$$

A resposta do item (b) é

$$\lambda_{\text{ar}} / \lambda_{\text{corda}} = 0,34$$
$$f_{n=1} = 1000 \text{ Hz}$$

7ª QUESTÃO

Campo & Potencial Elétrico

a) O campo total em P será dado pela soma vetorial dos campos gerados pelas cinco cargas puntiformes: as cargas positivas $+Q$ geram campos de “afastamento”, enquanto que a carga negativa $-q$ gera um campo de “aproximação”. As componentes dos campos gerados pelas cargas $+Q$ paralelas ao plano do quadrado anulam-se. Restam portanto as componentes na direção perpendicular ao plano e o campo devido à carga $-q$. Denota-se por r a distância de cada carga $+Q$ ao ponto P e por R a distância de cada carga $+Q$ ao centro do quadrado. Assim, R é exatamente a metade da diagonal do quadrado de lado L , ou seja, $R = (\sqrt{2} / 2) L$. Desta forma, o módulo do campo elétrico em P é dado por

$$E = (4 K Q / r^2) \cos(\theta) - (K q / d^2),$$

onde $\cos(\theta) = d / r$.

Como

$$r = [(L^2 / 2) + d^2]^{1/2}, \text{ logo}$$

$$E = K d \{ 4 Q / [(L^2 / 2) + d^2]^{3/2} - q / d^3 \}$$

Fazendo $E = 0$, tem-se

$$q = 4 \{ d^3 / [(L^2 / 2) + d^2]^{3/2} \} Q$$

A resposta do item (a) é

$$q = 4 \{ d^3 / [(L^2 / 2) + d^2]^{3/2} \} Q$$

b) O potencial elétrico é uma grandeza escalar. Assim, o potencial elétrico total V no ponto P é dado pela soma das contribuições das quatro cargas positivas $+Q$ e da carga negativa $-q$:

$$V = 4 K Q / r - K q / d,$$

Fazendo $V = 0$, obtém-se o valor da carga $q = 4 Q d / r$. Escrevendo r em termos de d e L finalmente resulta em

$$q = 4 \{ d / [(L^2 / 2) + d^2]^{1/2} \} Q$$

O trabalho total τ_{total} realizado pelas forças elétricas para deslocar uma carga de prova q_{prova} desde um ponto A até um ponto B depende da diferença de potencial entre tais pontos, ou seja,

$$\tau_{\text{total}} = -q_{\text{prova}} (V_B - V_A).$$

Como forças elétricas são conservativas, tal trabalho independe da trajetória seguida pela carga de prova de A até B . Neste caso específico tem-se que

$$\tau_{\text{total}} = -q_{\text{prova}} (V_P - V_{\infty}).$$

Como $V_P = V_{\infty} = 0$, conclui-se que $\tau_{\text{total}} = 0$.

A resposta do item (b) é

$$q = 4 \{ d / [(L^2 / 2) + d^2]^{1/2} \} Q$$

$$\tau_{\text{total}} = 0$$

8ª QUESTÃO

Circuito Elétrico

a) Se a chave C está aberta, o voltímetro mede a diferença de potencial entre as extremidades do gerador, ou seja,

$$V = \mathcal{E} - r \times i \quad (1)$$

onde i é a corrente fornecida pelo gerador. Como $i = 0$, portanto $V = \mathcal{E} = 6 \text{ V}$.

Com a chave fechada, é necessário calcular a resistência equivalente a todos os resistores do circuito externos ao gerador. Desta forma, encontra-se que a resistência equivalente é $R = 2 \Omega$. Logo, o sistema fica reduzido a um gerador, ligado a um resistor equivalente de resistência $R = 2 \Omega$. A leitura do voltímetro é então dada pela equação (1), onde a corrente elétrica i é calculada por

$$i = \mathcal{E} / (R + r) = 6 / 4 = 1,5 \text{ A}.$$

Logo, $V = 6 - 2 \times 1,5 = 3 \text{ V}$.

A resposta do item (a) é

**Chave aberta: $V = 6 \text{ V}$
Chave fechada: $V = 3 \text{ V}$**

b) Dentre os pontos mostrados na figura somente o ponto E será percorrido pela corrente total fornecida pelo gerador. Logo, o amperímetro ideal deve ser localizado no ponto E.

Leitura do amperímetro: com a chave aberta a corrente não circula pelo gerador, de modo que a leitura é zero; com a chave fechada a leitura registra uma corrente de 1,5 A, como calculada no item a).

A resposta do item (b) é

O ponto E é o único que será percorrido pela corrente elétrica total fornecida pelo gerador.

Chave aberta: $i = 0$

Chave fechada: $i = 1,5 \text{ A}$