

# Olimpíada Brasileira de Física 2001

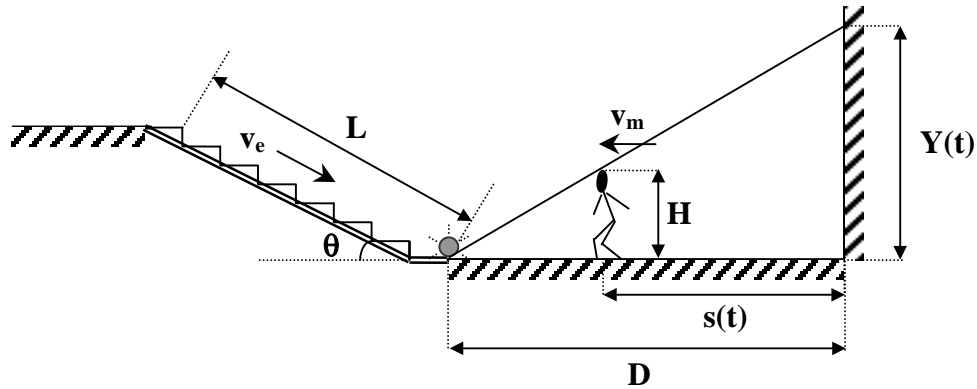
## 3ª Fase

### Gabarito dos Exames para o 1º e 2º Anos

#### 1ª QUESTÃO

##### Movimento Uniforme

a) A figura a seguir ilustra o instante em que a lâmpada (de dimensões desprezíveis) atinge a base da escada:



Por semelhança de triângulos, pode-se escrever que:

$$Y(t)/D = H/[D - s(t)],$$

onde  $Y(t)$  representa o comprimento vertical da sombra do menino na parede no instante  $t$  e  $s(t)$  denota a distância horizontal do menino à parede, isto é,

$$s(t) = s_0 + v_m t.$$

Em particular, a lâmpada atingirá a base da escada no instante:

$$t = L/v_e = 10/0,5 = 20 \text{ s},$$

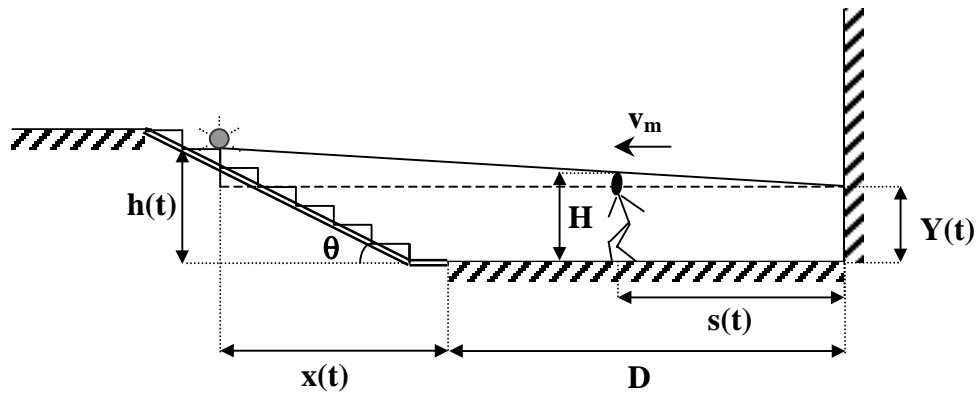
que, para  $s_0 = 3$  m, leva a  $s(t) = 20$  m. Este resultado, substituído na equação para  $Y(t)$  juntamente com  $D = 30$  m e  $H = 1$  m, implica em:

$$Y(t = 20) = 3 \text{ m}.$$

A resposta do item (a) é

$Y = 3 \text{ m}$
-------------------

b) A resolução é semelhante à do item a). Entretanto, no instante  $t = 4$  s (antes de 20 s, portanto) a lâmpada se encontra sob um degrau da escada numa altura acima de sua base, como mostra a figura a seguir:



Por semelhança de triângulos, tem-se:

$$[h(t) - Y(t)] / [x(t) + D] = [H - Y(t)] / s(t),$$

onde, a partir da figura, pode-se deduzir que:

$$h(t) = (L - v_e t) \sin(\theta) = 4 \text{ m},$$

$$x(t) = (L - v_e t) \cos(\theta) = 4\sqrt{3} \text{ m},$$

$$s(t) = s_0 + v_m t = 0,4\sqrt{3} + 3 \text{ m},$$

uma vez que  $s_0 = 0,4(\sqrt{3} - 1)$  m,  $L = 10$  m,  $v_e = 0,5$  m/s,  $v_m = 0,85$  m/s,  $t = 4$  s e  $\theta = 30^\circ$ . Assim,

$$Y(t = 4) = [H(x + D) - sh] / (x + D - s) = (2,4\sqrt{3} + 18) / (3,6\sqrt{3} + 27) = 2/3 = 0,66... \text{ m}.$$

A resposta do item (b) é

$Y = 2/3 = 0,66... \text{ m}$
-------------------------------

## 2ª QUESTÃO

### **Movimento Uniformemente Variado**

a) Denotando a altura inicial da partícula por  $h$ , o tempo total de queda por  $T$ , e lembrando que a partícula é abandonada do repouso, obtém-se a seguinte relação:

$$h = (1/2)gT^2,$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade.

Por outro lado, é informado que a partícula percorre a metade de seu percurso no último segundo de queda livre, de modo que:

$$h/2 = (1/2)g(T - 1)^2.$$

Combinando as equações acima, obtém-se a seguinte equação quadrática para T:

$$T^2 - 4T + 2 = 0,$$

cuja solução implica que o tempo total de queda é igual a  $(2 + \sqrt{2})$  s.

A resposta do item (a) é  $T = (2 + \sqrt{2})$  s

b) A equação quadrática em T do item a) possui duas respostas matematicamente corretas:  $(2 + \sqrt{2})$  e  $(2 - \sqrt{2})$ . Porém, a resposta  $(2 - \sqrt{2}) < 1$  é fisicamente inaceitável, pois o tempo total de queda tem que ser maior que 1 s.

A resposta do item (b) é **Não. A solução  $(2 - \sqrt{2})$  s não é fisicamente aceitável, pois sabe-se do enunciado que o tempo total de queda  $T > 1$  s.**

### 3ª QUESTÃO

#### Lançamento de Projéteis

a) No intervalo de tempo durante o qual o motor funciona, o módulo da força resultante  $F_R$  atuando sobre o foguete é dado por:

$$F_R = E - P,$$

onde  $E = 10000$  N é o empuxo gerado pelo motor e  $P = 2000$  N é o peso do míssil. Portanto,  $F_R = 8000$  N, o que implica numa aceleração  $a = 40$  m/s<sup>2</sup>.

A partir da equação horária  $y = y_0 + v_{0y}t + at^2/2$ , obtém-se que  $\Delta y_M = 8000$  m, onde  $\Delta y_M$  denota o comprimento do percurso vertical feito com o motor ligado, uma vez que  $t = 20$  s e  $v_{0y} = 0$ .

No momento em que o motor é desligado, a velocidade do míssil é  $v_y = v_{0y} + at = 800$  m/s. Com este resultado, pode-se calcular o comprimento  $\Delta y_S$  do percurso de subida sem resistência do ar feito com o motor desligado através da equação de Torricelli:  $v_{fy}^2 = v_y^2 - 2g\Delta y_S \Rightarrow \Delta y_S = 32000$  m, uma vez que  $v_{fy} = 0$  no ponto mais alto da trajetória.

A altura máxima é dada então por  $h_{\max} = \Delta y_M + \Delta y_S = 40000$  m.

A resposta do item (a) é  $h_{\max} = 40000$  m

b) O alcance do míssil é dado por:

$$A = v_x \Delta t = v_x (\Delta t_M + \Delta t_S + \Delta t_D),$$

onde  $v_x$  é a sua velocidade na direção horizontal, isto é, a velocidade do porta-aviões no instante do lançamento do míssil,  $v_x = 10$  m/s, e  $\Delta t_M$ ,  $\Delta t_S$  e  $\Delta t_D$  são os intervalos de tempo nos percursos ascendentes com o motor ligado, desligado e descendente com o motor desligado, respectivamente.

É informado que  $\Delta t_M = 20$  s.

$\Delta t_S$  pode ser calculado usando-se a equação  $v_{fy} = v_y - g \Delta t_S \Rightarrow \Delta t_S = 80$  s.

Para a descida em queda livre, tem-se que:

$y_0 = y_f + v_{fy} \Delta t_D - g (\Delta t_D)^2 / 2 \Rightarrow \Delta t_D = 40 \sqrt{5}$  s, uma vez que  $y_0 - y_f = -h_{\max}$  e  $v_{fy} = 0$ .

Finalmente, substituindo os valores acima na equação para o alcance, obtém-se:

$$A = 1000 + 400 \sqrt{5}.$$

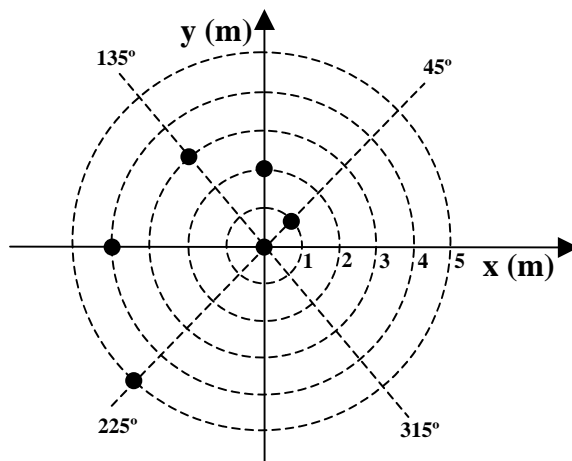
A resposta do item (b) é

$$A = (1000 + 400 \sqrt{5}) \text{ m}$$

#### 4ª QUESTÃO

##### Movimento Relativo em Duas Dimensões

a) A partir do diagrama abaixo, observa-se que a criança (denotada por  $\bullet$ ) se afasta do centro do carrossel a uma taxa constante de um metro a cada segundo. Logo, a velocidade radial é  $v_{\text{radial}} = 1$  m/s.



A resposta do item (a) é

$$v_{\text{radial}} = 1 \text{ m/s}$$

b) A velocidade angular do carrossel também é constante e dada por:

$$\omega = \Delta\theta / \Delta t = (225^\circ - 45^\circ) / 4 = 45^\circ / \text{s} = \pi/4 \text{ rad/s}.$$

A resposta do item (b) é

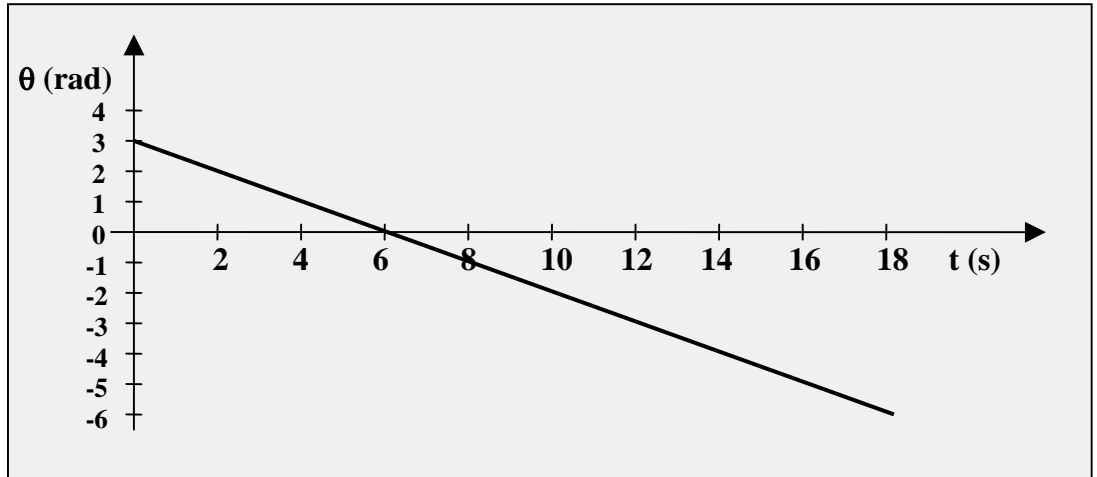
$$\omega = \pi/4 \text{ rad/s}$$

## 5ª QUESTÃO

### Movimento Circular Uniforme

a) A partir da tabela de pontos fornecida, pode-se construir o gráfico da posição angular da partícula em função do tempo.

A resposta do item (a) é



b) O deslocamento angular entre os instantes  $t = 4$  s e  $t = 12$  s é dado por:

$$\Delta\theta = \theta(t = 12) - \theta(t = 4) = -3 - 1 = -4 \text{ rad.}$$

Neste mesmo intervalo, tem-se que:

$$\omega = \Delta\theta / \Delta t = -0,5 \text{ rad/s.}$$

A resposta do item (b) é

$$\Delta\theta = -4 \text{ rad; } \omega = -0,5 \text{ rad/s}$$

## 6ª QUESTÃO

### Movimento Circular Uniformemente Variado

a) Expressando-se o tempo a partir da equação (2), tem-se que:

$$t = (\omega - \omega_0) / \alpha,$$

o qual, substituído na equação (1), leva a:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 [(\omega - \omega_0) / \alpha] + (\alpha / 2) [(\omega - \omega_0) / \alpha]^2, \text{ ou:}$$

$$\theta = \theta_0 + (\omega_0 \omega - \omega_0^2) / \alpha + (\alpha / 2) [(\omega^2 - 2\omega\omega_0 + \omega_0^2) / \alpha^2]$$

$$\theta - \theta_0 = -\omega_0^2 / 2\alpha + \omega^2 / 2\alpha \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha (\theta - \theta_0)$$

A resposta do item (a) é

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

b) De acordo com o enunciado, o disco apresenta os seguintes parâmetros:  $\theta_0 = \pi$  rad;  $\omega_0 = 30 \times 2\pi = 60\pi$  rad/s;  $\alpha = -2 \times 2\pi = -4\pi$  rad/s<sup>2</sup>.

Substituindo no resultado do item a):

$$\Delta\theta = (\omega^2 - \omega_0^2)/2\alpha = -(60\pi)^2/2 \times (-4\pi) = 450\pi \text{ rad.}$$

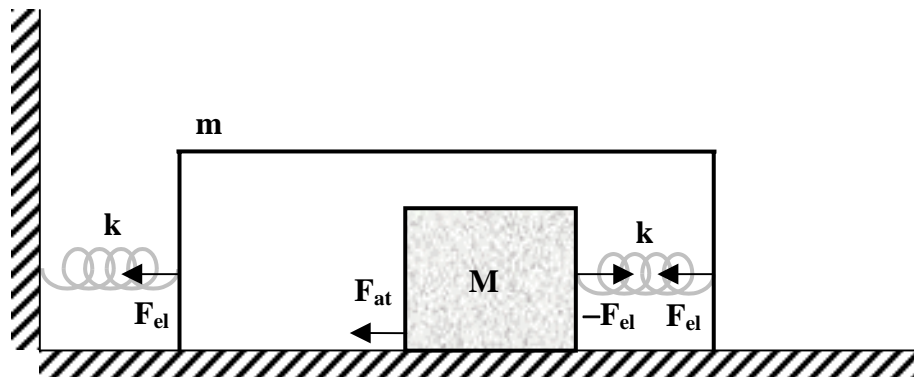
A resposta do item (b) é

$$\Delta\theta = 450\pi \text{ rad}$$

## 7ª QUESTÃO

### Leis de Newton

a) A figura a seguir ilustra o diagrama de forças horizontais do bloco e da caixa na situação inicial estática em que ambas as molas idênticas de constantes elásticas  $k$  (em cor cinza, para facilitar a visualização) encontram-se distendidas de um comprimento  $x_0$ :



A situação estática em que o coeficiente de atrito estático  $\mu_e$  assume o valor mínimo corresponde àquela em que o bloco de massa  $M$  encontra-se na iminência de movimento, isto é:

$$|F_{at}^{\max}| = |F_{el}| \Rightarrow \mu_e M g = k x_0 \Rightarrow \mu_e = k x_0 / M g.$$

A resposta do item (a) é

$$\mu_e = k x_0 / M g$$

b) Na situação dinâmica, a segunda lei de Newton aplicada à caixa de massa  $m$  e aceleração  $a$  é escrita como:

$$-kx - kx = ma \Rightarrow -2kx = ma.$$

A distensão  $x$  é a mesma para as duas molas, uma vez que elas são idênticas e possuem a mesma condição inicial (distensão inicial  $x_0$  e velocidade inicial nula).

A equação acima descreve um movimento harmônico simples com frequência angular  $\omega = (2k/m)^{1/2}$ .

A resposta do item (b) é  $\omega = (2k/m)^{1/2}$

## 8ª QUESTÃO

### Leis de Newton

a) Se  $F = F_{\max}$ , os blocos permanecem unidos, movendo-se com a mesma aceleração, denotada por  $a$ . A expressão para  $F_{\max}$  é encontrada a partir da aplicação da segunda lei de Newton aos dois blocos:

$$\text{Bloco M: } F_{\max} - F_{at_e} = Ma,$$

$$\text{Bloco m: } F_{at_e} = ma,$$

onde  $F_{at_e} = \mu_e N$  é a força de atrito estático máxima entre os blocos na iminência de deslizar um sobre o outro e  $N = mg$  representa a força de reação normal de contato entre os blocos. A solução do sistema acima implica em:

$$F_{\max} = (m + M)a.$$

Da equação para o bloco de massa  $m$  sabe-se que  $a = \mu_e g$ , resultado que, combinado com a equação anterior, leva a:

$$F_{\max} = (m + M)\mu_e g.$$

A resposta do item (a) é  $F_{\max} = (m + M)\mu_e g$

b) Se  $F > F_{\max}$ , os blocos de massas  $m$  e  $M$  terão acelerações distintas, denotadas, respectivamente, por  $a$  e  $A$ . Como as acelerações envolvidas são constantes, ambos os blocos apresentam movimentos retilíneos uniformemente variados. Logo, o tempo  $t$  decorrido até a perda de contato entre os blocos pode ser calculado a partir de:

$$L = (1/2)(A - a)t^2,$$

ou ainda,

$$t = [2L/(A - a)]^{1/2}.$$

Desta forma, para encontrar  $t$ , fazem-se necessários os cálculos de  $A$  e  $a$ . Utilizando a segunda de Newton:

$$\text{Bloco M: } F - F_{at_c} = MA,$$

$$\text{Bloco m: } F_{at_c} = ma,$$

onde  $F_{at_c} = \mu_c mg$  é a força de atrito cinético entre os blocos, de modo que  $a = \mu_c g$ .

Assim, a solução do sistema de equações acima implica em:

$$A - a = [F - \mu_c(m + M)g]/M,$$

e portanto:

$$t = \{(2LM)/[F - \mu_c(m + M)g]\}^{1/2}.$$

Substituindo o resultado do item a), obtém-se finalmente:

$$t = \{(2LM)/[F - (\mu_c/\mu_e)F_{\max}]\}^{1/2}.$$

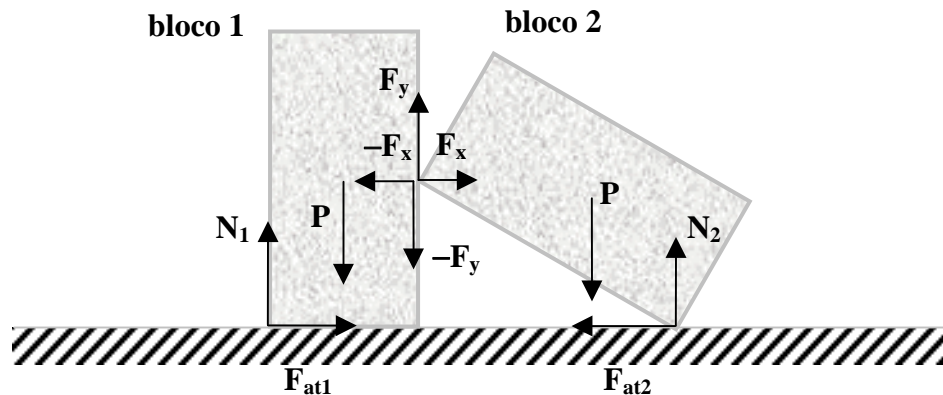
A resposta do item (b) é

$$t = \{(2 L M) / [F - (\mu_c / \mu_e) F_{\max}]\}^{1/2}$$

## 9ª QUESTÃO

### Equilíbrio Estático

a) A figura a seguir ilustra o diagrama de forças dos blocos homogêneos idênticos no instante em que o bloco disposto verticalmente (bloco 1) encontra-se na iminência de inclinar-se sem deslizar (mantendo, portanto, um único ponto de contato com a superfície):



As equações de equilíbrio para a força resultante e para o momento resultante de cada bloco lêem-se:

Bloco 1:

$$F_{at1} = F_x$$

$$N_1 = P + F_y$$

$$F_x h = PL/2 + F_y L$$

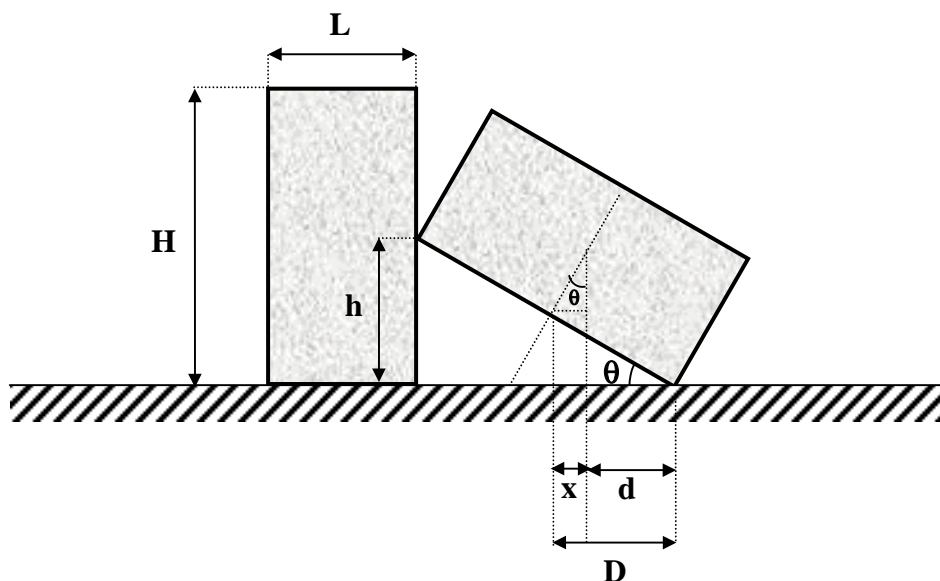
Bloco 2:

$$F_{at2} = F_x$$

$$N_2 = P - F_y$$

$$Pd = F_x h + F_y (L^2 - h^2)^{1/2},$$

onde  $F_x$  e  $F_y$ , expressas em módulo, denotam as componentes horizontal e vertical da força que um bloco exerce sobre o outro,  $P$  é a força peso aplicada no centro de massa de cada bloco,  $N_1$  e  $N_2$  representam as forças normais que a superfície exerce sobre cada bloco,  $F_{at1}$  e  $F_{at2}$  indicam as respectivas forças de atrito estático dos blocos com a superfície e as distâncias  $h$ ,  $L$  e  $d$  estão definidas na figura a seguir:



A partir da figura anterior, pode-se escrever que:

$$d = D - x = (H/2)\cos(\theta) - (L/2)\sin(\theta) = 2,8 \text{ cm},$$

uma vez que  $H = 10 \text{ cm}$ ,  $L = 4 \text{ cm}$  e

$$\cos(\theta) = (H^2 - h^2)^{1/2}/H = 0,8,$$

$$\sin(\theta) = h/H = 0,6.$$

Substituindo os valores das distâncias  $h$ ,  $L$  e  $d$  nas equações para os momentos das forças, juntamente com o peso dos blocos  $P = 135 \text{ N}$ , obtém-se o sistema:

$$3F_x - 2F_y = 135$$

$$3F_x + 4F_y = 189,$$

com solução  $F_x = 51 \text{ N}$  e  $F_y = 9 \text{ N}$ .

A resposta do item (a) é  **$F_x = 51 \text{ N}$  e  $F_y = 9 \text{ N}$**

b) A substituição direta destes resultados nas equações de equilíbrio para as componentes verticais das forças agindo em cada bloco leva a  $N_1 = 144 \text{ N}$  e  $N_2 = 126 \text{ N}$ .

A resposta do item (b) é  **$N_1 = 144 \text{ N}$  e  $N_2 = 126 \text{ N}$**

## 10ª QUESTÃO

### Trabalho Realizado por Forças

a) A potência mecânica desenvolvida pelo motor a velocidade  $v$ , constante, é dada por

$$P = F \times v$$

onde  $F$  é a força de tração exercida pelo motor. Portanto,  $F = P/v = 2100/3 = 700 \text{ N}$ .

Usando a segunda lei de Newton ao longo do plano inclinado tem-se

$$F - f_{\text{atrito}} - mg \sin \theta = 0, \text{ pois a aceleração é nula. Logo, } f_{\text{atrito}} = F - mg \sin \theta = 700 - 80 \times 10 \times 0,5 = 300 \text{ N.}$$

A resposta do item (a) é

$$\mathbf{F = 700 \text{ N}; } f_{\text{atrito}} = \mathbf{300 \text{ N}}$$

b) Trabalho da força de tração do motor.

$$\tau_M = F \times d \times \cos(0^\circ) = 700 \times 6 = 4200 \text{ J.}$$

Trabalho da força de atrito.

$$\tau_A = f_{\text{atrito}} \times d \times \cos(180^\circ) = -300 \times 6 = -1800 \text{ J.}$$

Trabalho da componente da força peso ao longo do plano inclinado.

$$\tau_{Px} = mg \sin(30^\circ) \times d \times \cos(180^\circ) = -400 \times 6 = -2400 \text{ J.}$$

Trabalho da componente da força peso perpendicular ao plano inclinado e trabalho da força normal.

Ambas as forças são perpendiculares ao deslocamento portanto são nulos os trabalhos correspondentes. Ou seja,

$$\tau_N = \tau_{Py} = 0$$

A resposta do item (b) é

$$\mathbf{\tau_M = 4200 \text{ J}; } \tau_A = \mathbf{-1800 \text{ J}; } \tau_{Px} = \mathbf{-2400 \text{ J}; } \tau_N = \tau_{Py} = \mathbf{0}$$

## 11ª QUESTÃO

### **Conservação da Energia Mecânica e Força no Movimento Circular.**

a) Como não há atrito nem resistência do ar, utilizando-se a conservação de energia mecânica entre os pontos A e B, e adotando o nível de energia potencial gravitacional zero ao longo da horizontal que passa por B, tem-se que:

$$mgh = (1/2)mv_B^2,$$

ou ainda:

$$h = v_B^2 / 2g.$$

A velocidade  $v_B$  pode ser encontrada a partir da aplicação da segunda lei de Newton:

$$T - P \sin(\alpha) = m v_B^2 / L,$$

onde  $T = 2 m g$  denota a tração no fio no ponto B,  $P = m g$  representa o peso do corpo e  $\sin(\alpha) = h / L$ . Das equações acima, obtém-se que:

$$v_B^2 = (2L - h) g,$$

implicando em:

$$h = (2/3)L.$$

A resposta do item (a) é

$$\mathbf{h = (2/3)L}$$

b) O módulo da velocidade  $v$  do corpo ao atingir o solo é dado por:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2,$$

onde  $v_x$  e  $v_y$  denotam as suas componentes horizontal e vertical, respectivamente.

Ao longo do eixo horizontal  $x$ , o movimento é retilíneo e uniforme. Desta forma:

$$v_x = v_B \sin(\alpha), \text{ ou:}$$

$$v_x = (16 g L / 27)^{1/2}.$$

Como conseqüência:

$$v_y = [v^2 - (16/27) g L]^{1/2}.$$

O módulo da velocidade  $v$  pode ser encontrado através da conservação de energia mecânica entre o ponto A e o solo, resultando em:

$$v^2 = (4/3) g L.$$

Finalmente, substituindo na equação anterior, obtém-se:

$$v_y = (20 g L / 27)^{1/2}.$$

A resposta do item (b) é

$$\mathbf{v_x = (16 g L / 27)^{1/2}; v_y = (20 g L / 27)^{1/2}}$$

## 12ª QUESTÃO

### Conservação de Quantidade de Movimento e Energia Mecânica

a) Como está dito no enunciado, as velocidades finais da rampa ( $u$ ) e do bloco ( $v$ ) devem ser determinadas após o bloco abandonar a rampa. Assim, não será considerada no item a) a situação em que no final bloco e rampa se movem juntos, com o bloco na altura máxima da rampa, a qual será considerada no item b).

Podem-se calcular os valores de  $u$  e de  $v$  utilizando-se os princípios de conservação da energia mecânica e da quantidade de movimento ao longo do eixo  $x$ , uma vez que o atrito e a resistência do ar são desprezados e a força resultante externa nessa direção é nula:

Conservação da energia:

$$(1/2) m v_0^2 = (1/2) m v^2 + (1/2) M u^2, \text{ ou:}$$

$$m(v_0^2 - v^2) = M u^2.$$

Conservação da quantidade de movimento ao longo do eixo  $x$ :

$$m v_0 = m v + M u, \text{ ou:}$$

$$m(v_0 - v) = M u.$$

Das equações acima, obtém-se que:

$$u = v_0 + v,$$

a qual, substituída de volta na equação da conservação da energia, implica em:

$$v = [(m - M)/(m + M)] v_0,$$

$$u = [2m/(m + M)] v_0.$$

Na situação descrita pela solução acima, o bloco não ultrapassa o ponto mais alto da rampa. De fato, isso pode ser constatado uma vez que, caso o bloco ultrapasse o ponto mais alto, a conservação da energia implica que a sua velocidade final será igual à inicial e portanto a sua quantidade de movimento ao longo do eixo  $x$  também permanecerá constante. Assim sendo, a quantidade de movimento e a velocidade horizontal da rampa também devem se conservar, isto é, após o bloco ultrapassá-la, a rampa deve voltar ao repouso. Observa-se então que a solução  $v = v_0$  e  $u = 0$  para as equações de conservação da energia e da quantidade de movimento está associada à situação em que o corpo consegue ultrapassar o ponto mais alto da rampa.

A resposta do item (a) é

**Solução 1 (bloco não ultrapassa o ponto mais alto da rampa):**

$$v = [(m - M)/(m + M)] v_0 \quad \text{e} \quad u = [2m/(m + M)] v_0 ;$$

**Solução 2 (bloco ultrapassa o ponto mais alto da rampa):**

$$v = v_0 \quad \text{e} \quad u = 0 .$$

b) Na situação em que a velocidade inicial do bloco é apenas suficiente para que ele atinja, mas não ultrapasse, o ponto mais alto da rampa, bloco e rampa devem se deslocar juntos com a mesma velocidade  $V$ , com o bloco à altura  $H$ . Nesse caso, utilizando-se as equações para as conservações da energia mecânica e da quantidade de movimento do sistema, obtém-se:

Conservação da energia:

$$(1/2) m v_0^2 = (1/2) (m + M) V^2 + m g H.$$

Conservação da quantidade de movimento ao longo do eixo x:

$$m v_0 = (m + M) V, \text{ ou :}$$

$$V = m v_0 / (m + M).$$

Das equações acima, encontra-se:

$$H = M v_0^2 / [2 g (m + M)] .$$

Utilizando os valores numéricos das grandezas físicas dadas, obtém-se que:

$$H = 0,15 \text{ m.}$$

Desse modo, pode-se concluir que o bloco não consegue atingir o ponto mais alto da rampa a uma altura de 0,2 m, uma vez que a sua velocidade inicial é suficiente para fazê-lo atingir apenas 0,15 m.

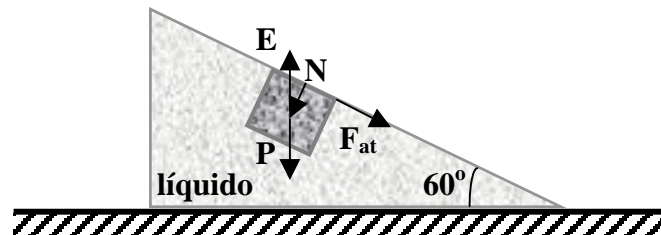
A resposta do item (b) é

**O bloco não atinge o ponto mais alto da rampa para os valores dados**

### 13ª QUESTÃO

#### **Hidrostatica e Leis de Newton**

a) O diagrama das forças atuando no bloco, na situação em que este se encontra na iminência de deslocar-se ascendentemente ao longo da face inclinada do recipiente, é mostrado a seguir:



Na situação estática, em que a força de atrito é dada por  $F_{at} = \mu_e N$ , onde  $\mu_e$  indica o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o recipiente, as leis de Newton aplicadas nas direções perpendicular e ao longo da face inclinada têm a forma:

$$E \cos(\theta) = P \cos(\theta) + N$$

$$E \sin(\theta) = P \sin(\theta) + \mu_e N,$$

E, P e N denotando, respectivamente, as forças de empuxo, peso e normal. A solução do sistema acima leva a:

$$\mu_e = \text{tg}(\theta) = \sqrt{3} .$$

A resposta do item (a) é

$$\mu_e = \sqrt{3}$$

b) Na situação dinâmica, em que bloco de massa  $m$  move-se ascendentemente ao longo da face inclinada com aceleração  $a$ , o sistema de equações torna-se:

$$E \cos(\theta) - P \cos(\theta) - N = ma$$

$$E \sin(\theta) = P \sin(\theta) + \mu_c N,$$

onde  $\mu_c$  denota o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o recipiente. Substituindo acima  $E = d_\ell g V = d_\ell g m / d_b$ , sendo  $d_\ell$  e  $d_b$  as densidades do líquido e do bloco,  $a = 2L/t^2$ , onde  $L$  é a distância ao longo da face inclinada percorrida pelo bloco durante o tempo  $t$ , e o resultado do item a), obtém-se:

$$\mu_e - \mu_c = 2L/[gt^2 \cos(\theta)(d_\ell/d_b - 1)].$$

Inserindo os valores numéricos,  $L = 0,1$  m,  $t = 1$  s,  $\theta = 60^\circ$ ,  $d_\ell/d_b = 2$  e  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, o resultado final fica:

$$\mu_e - \mu_c = 0,04.$$

A resposta do item (b) é

$$\mu_e - \mu_c = 0,04$$

## 14ª QUESTÃO

### Calorimetria e Entropia

a) Denotando por  $Q_1$  e  $Q_2$  os calores “absorvidos” pelas câmaras 1 e 2, isoladas termicamente do meio exterior, tem-se então que:

$$Q_1 + Q_2 = n_1 c_{V1} (T_f - T_1) + n_2 c_{V2} (T_f - T_2) = 0,$$

donde se tira a temperatura final de equilíbrio do sistema:

$$T_f = (n_1 c_{V1} T_1 + n_2 c_{V2} T_2) / (n_1 c_{V1} + n_2 c_{V2}),$$

a qual, após as substituições das temperaturas iniciais  $T_1 = 300$  K,  $T_2 = 100$  K e  $n_1 c_{V1} / n_2 c_{V2} = 3$ , resulta em:

$$T_f = 250$$
 K.

A resposta do item (a) é

$$T_f = 250$$
 K

b) Embora as trocas de calor tenham ocorrido de forma irreversível, como os volumes das câmaras são fixos, então a variação de entropia do gás ideal em cada câmara é numericamente igual à variação de entropia que a mesma quantidade deste gás sofreria numa transformação isovolumétrica entre as mesmas temperaturas inicial e final, isto é:

$$\Delta S^{\text{irreversível}} = \Delta S^{\text{isovolumétrico}} = 2,3 n c_V \log_{10}(T_f/T_i).$$

Assim, a razão entre as variações de entropia dos gases das câmaras 1 e 2 vale:

$$\Delta S_1^{\text{irreversível}} / \Delta S_2^{\text{irreversível}} = [n_1 c_{V1} \log_{10}(T_f/T_1)] / [n_2 c_{V2} \log_{10}(T_f/T_2)],$$

resultando em:

$$\Delta S_1^{\text{irreversível}} / \Delta S_2^{\text{irreversível}} = 3 \log_{10}(5/6) / \log_{10}(5/2).$$

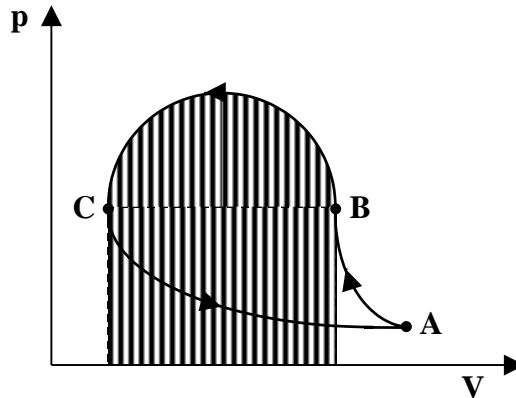
A resposta do item (b) é

$$\Delta S_1^{\text{irreversível}} / \Delta S_2^{\text{irreversível}} = 3 \log_{10}(5/6) / \log_{10}(5/2)$$

## 15ª QUESTÃO

### Diagrama Pressão vs. Volume, Trabalho e Entropia

a) O trabalho  $W_{BC}$  realizado pelo gás ideal diatômico no processo BC é numericamente igual à área hachuriada do diagrama pressão (p) vs. volume (V) abaixo:



Assim,

$$W_{BC} = -\pi[(V_B - V_C)/2]^2/2 - p_B(V_B - V_C),$$

onde os sinais indicam o sentido da transformação no diagrama. Substituindo  $p_B V_B = n R T_{AB}$ , obtém-se:

$$W_{BC} = -\pi(V_B - V_C)^2/8 - n R T_{AB}(1 - V_C/V_B).$$

A resposta do item (a) é

$$W_{BC} = -\pi(V_B - V_C)^2/8 - n R T_{AB}(1 - V_C/V_B)$$

b) Como a entropia é uma função de estado, pode-se escrever que:

$$\Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0, \text{ ou seja:}$$

$$\Delta S_{CA} = -\Delta S_{AB} - \Delta S_{BC}.$$

O processo AB é isotérmico, de modo que, como fornecido no enunciado da questão:

$$\Delta S_{AB} = 2,3 n R \log_{10}(V_B/V_A).$$

O processo BC tem pressões inicial e final iguais. Portanto, a variação de entropia do gás ideal no processo BC é numericamente igual à variação de entropia que a mesma quantidade deste gás sofreria numa transformação isobárica entre os mesmos volumes e temperaturas iniciais e finais, isto é:

$$\Delta S_{BC} = \Delta S^{\text{isobárico}} = 2,3 n c_p \log_{10}(T_C/T_B).$$

Finalmente, substituindo o calor específico molar a pressão constante de um gás ideal diatômico,  $c_p = 7R/2$ , juntamente com a expressão  $T_C/T_B = V_C/V_B$ , que advém da aplicação da lei dos gases ideais para  $p_B = p_C$ , obtém-se:

$$\Delta S_{CA} = -2,3 nR [\log_{10}(V_B/V_A) + (7/2) \log_{10}(V_C/V_B)].$$

A resposta do item (b) é

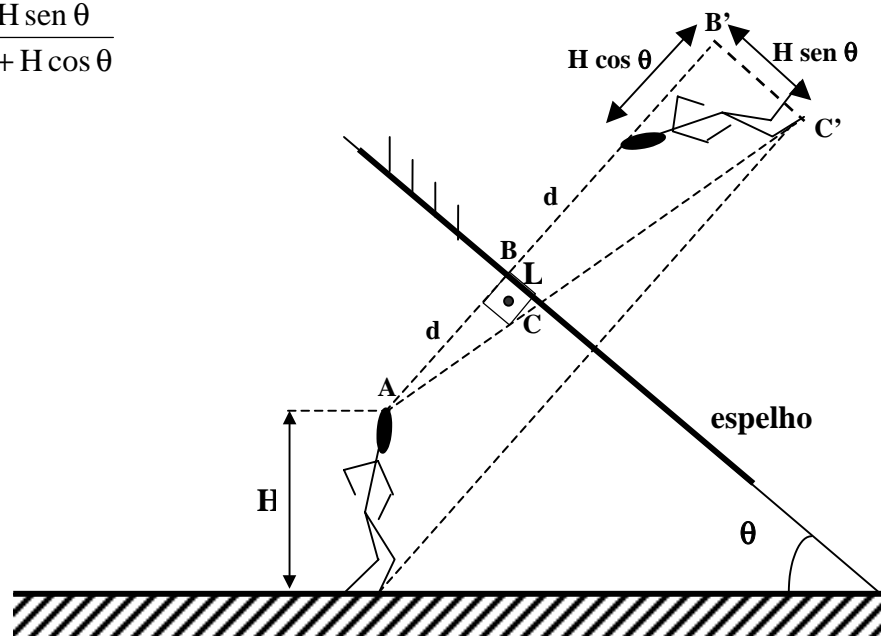
$$\Delta S_{CA} = -2,3 nR [\log_{10}(V_B/V_A) + (7/2) \log_{10}(V_C/V_B)]$$

## 16ª QUESTÃO

### Formação de Imagens em Espelhos Planos

a) Usando semelhanças de triângulos entre os triângulos ABC e AB'C' (ver figura) tem-se

$$\frac{L}{d} = \frac{H \sen \theta}{2d + H \cos \theta} \Rightarrow L = \frac{dH \sen \theta}{2d + H \cos \theta}$$



A resposta do item (a) é

$$L = d H \sen \theta / (2d + H \cos \theta)$$

b) Usando-se a expressão do item (a) para  $\theta = 90^\circ$  tem-se

$$L = H/2. \text{ E portanto, } h = H - H/2 = H/2.$$

A resposta do item (b) é

$$h = H/2$$

