Olimpíada Brasileira de Física 2001
3ª Fase

Gabarito do Exame para o 3º Ano

1ª QUESTÃO

Leis de Newton e Lei dos Gases Ideais

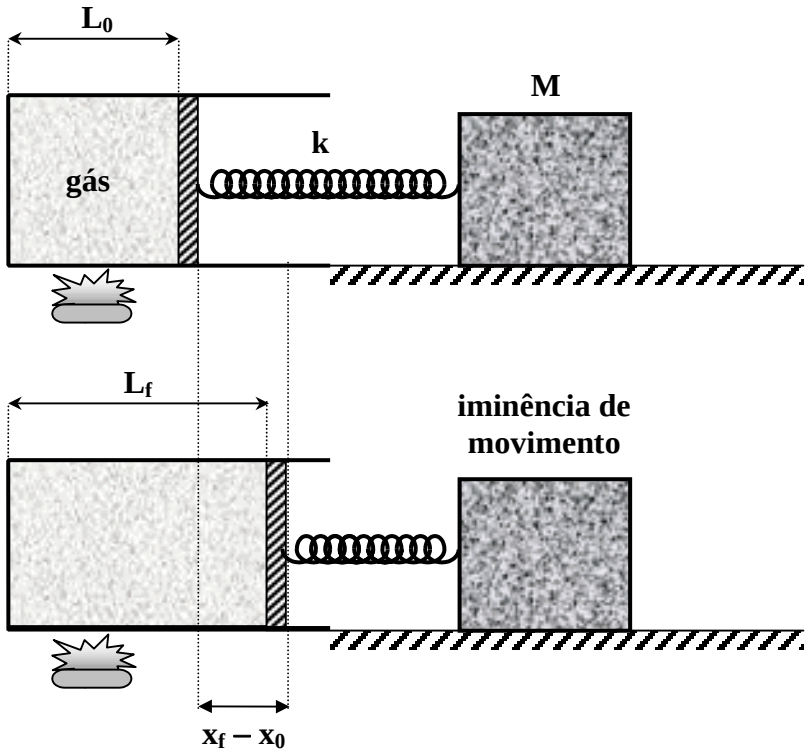
a) Na iminência de movimento do bloco, o módulo da força elástica é igual ao máximo valor da força de atrito estático, isto é:

$k\,x_f = \mu_e M g \;\Rightarrow\; x_f = \mu_e M g / k = 8$ cm.

Uma vez que $x_f - x_0 = L_f - L_0$, conforme mostra a figura a seguir, então o comprimento do recipiente nessa situação é:

$L_f = 14$ cm.

A resposta do item **(a)** é $\boxed{L_f = 14 \text{ cm}}$



b) Se a expansão do gás ideal ocorre lentamente e à velocidade constante (processo quase-estático), em qualquer instante a força que o gás exerce sobre a tampa é equilibrada pela força elástica (não há atrito entre a tampa e o recipiente), isto é, $F_{gás} = k\,x$. A pressão na tampa é dada por $p = F_{gás} / A = k\,x / A$, onde A é a área da tampa. Para um gás ideal confinado num recipiente fechado, tem-se que $p\,V / T$ é constante. Assim, considerando o volume do cilindro $V = A\,L$, pode-se obter uma relação entre as temperaturas final e inicial:

$T_f / T_0 = (x_f L_f) / (x_0 L_0) \quad \Rightarrow \quad T_f = 2{,}8\, T_0 = 840\ K = 567\ ^oC.$

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{T_f = 840\ K = 567\ ^oC}}$

2ª QUESTÃO

Conservação de Energia Mecânica e Lançamento de Projéteis

a) Para se determinar o valor mínimo da compressão inicial x da mola tal que o corpo não perca o contato com a superfície, exceto no trecho CD, pode-se utilizar o princípio da conservação da energia mecânica no deslocamento de A para C, uma vez que não há atrito nem resistência do ar. No ponto A, existe apenas energia potencial elástica, enquanto que no ponto C há energia potencial gravitacional e energia cinética. Logo:

$(1/2)\, k\, x^2 = m\, g\, H_C + (1/2)\, m\, v_C^2,$

onde a altura do ponto C pode ser expressa em termos do raio R e do ângulo θ:

$H_C = R + R \cos(\theta),$

que, substituída na equação anterior, leva a:

$k\, x^2 = 2\, m\, g\, R\, [1 + \cos(\theta)] + m\, v_C^2.$

A determinação de x exige o cálculo de v_C. Entre os pontos C e D o corpo realiza um movimento cujo alcance horizontal deve ser:

$\Lambda = 2\, R\, \mathrm{sen}(\theta),$

para que o contato com a superfície seja retomado precisamente no ponto D. Por outro lado, tal alcance relaciona-se diretamente com v_C através da equação:

$\Lambda = 2\, t_S\, v_C \cos(\theta),$

em que t_S é o tempo de subida até o ponto mais alto da trajetória, onde a componente vertical da velocidade do corpo v_y deve ser nula. Utilizando a equação horária de v_y, obtém-se:

$0 = v_C\, \mathrm{sen}(\theta) - g\, t_S$, ou:

$t_S = v_C\, \mathrm{sen}(\theta) / g,$

o qual, substituído nas expressões para o alcance implica em:

$v_C^2 = R\, g / \cos(\theta).$

Finalmente, a substituição deste resultado na equação da conservação da energia leva a:

$x = \{(m\, g\, R / k)[2\,(1 + \cos(\theta)) + (1 / \cos(\theta))]\}^{1/2}.$

Inserindo acima os valores das grandezas fornecidos no enunciado, obtém-se que:

x = 0,5 m.

A resposta do item **(a)** é **x = 0,5 m**

b) No ponto C, a aplicação da segunda lei de Newton para o movimento circular leva a:

$N + m\,g\cos(\theta) = m\,v_C^2/R$,

onde N denota a força normal, de direção radial e sentido apontando para o centro do "loop", enquanto que o termo após a igualdade representa o módulo da força resultante centrípeta agindo sobre o corpo. Substituindo a expressão do item a) para v_C, obtém-se:

$N = m\,g\,\{[1/\cos(\theta)] - \cos(\theta)\}$,

a qual, para os valores numéricos fornecidos, implica em:

N = 0,15 N.

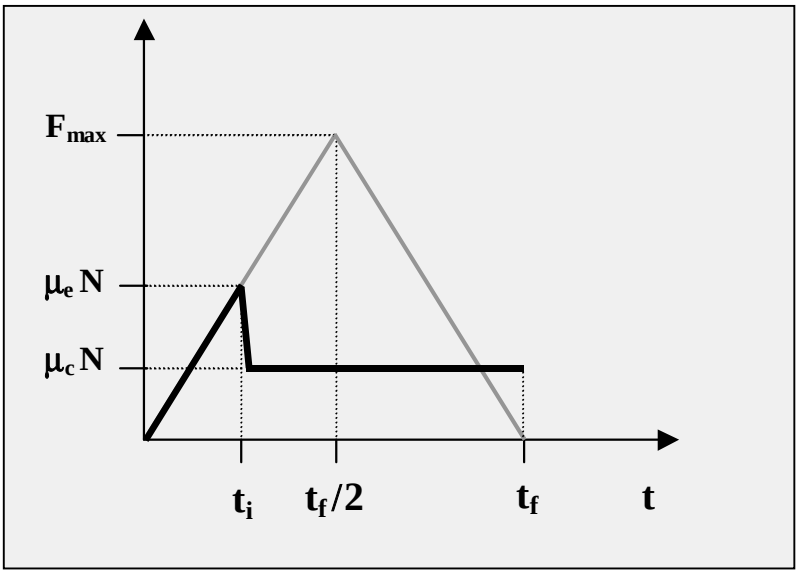
A resposta do item **(b)** é **A força normal no ponto C tem módulo N = 0,15 N, direção radial e sentido apontando para o centro do "loop"**

3ª QUESTÃO

Impulso e Quantidade de Movimento

a) À medida em que o módulo da força F sobre o bloco aumenta, igualmente aumenta também o módulo da força de atrito estático deste com a superfície horizontal, até o instante $t_i < t_f/2$ de iminência de movimento, a partir do qual o bloco passa a se movimentar. O módulo da força de atrito cinético é constante (situação idealizada) e menor que o valor máximo da força de atrito estático. No instante t_f, o bloco retorna ao repouso. Assim, o gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo é mostrado a seguir.

A resposta do item **(a)** é



b) O teorema do impulso – quantidade de movimento diz que a variação da quantidade de movimento (ou momento linear) do bloco é igual ao impulso I_R da força resultante agindo sobre ele, o qual, por sua vez, é numericamente idêntico à área do gráfico força resultante F_R vs. tempo. Como ambas as forças F e de atrito F_{at} atuam na direção horizontal, mas têm sentidos opostos, então $F_R = F - F_{at}$. Desse modo, uma vez que as velocidades inicial e final do bloco são nulas, não há variação da sua quantidade de movimento e, portanto, as áreas sob os gráficos de F e F_{at} devem ser iguais, isto é:

$$I_R = F_{max}\, t_f / 2 - \mu_e M g\, t_i / 2 - \mu_c M g\, (t_f - t_i) = 0.$$

Na equação anterior, foi considerado o caso idealizado em que o tempo de transição entre as situações de atrito estático e cinético é desprezível.

A razão entre t_f e t_i vale portanto:

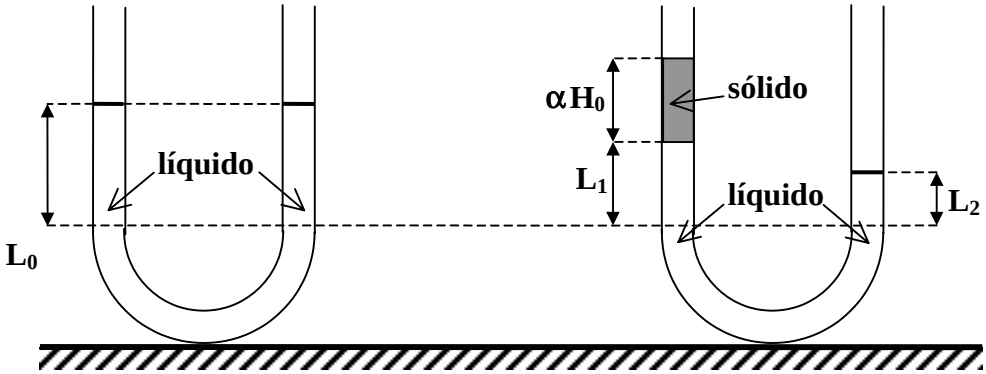
$$t_f / ti = (\mu_e - 2\mu_c) / [(F_{max} / M g) - 2\mu_c] = 0{,}5.$$

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{t_f / ti = 0{,}5}}$

<u>4ª QUESTÃO</u>

Hidrostática

a) A figura abaixo ilustra qualitativamente as situações de equilíbrio hidrostático inicial e final:



Após o congelamento de uma porção de líquido de comprimento vertical inicial H_0, o qual passa a ocupar uma altura αH_0 na fase sólida, pode-se concluir que:

$$2 L_0 = H_0 + L_1 + L_2,$$

onde L_0 representa o nível inicial da substância na fase líquida (em relação a uma altura arbitrária ao longo da porção vertical do tubo – ver figura) e, na nova situação de equilíbrio, L_2 é o nível da substância na extremidade que não foi resfriada, enquanto que L_1 denota o nível da substância que permaneceu em estado líquido na extremidade resfriada.

Pelo princípio de Stevin:

$$d_\ell\, g\, L_1 + d_s\, g\, \alpha H_0 = d_\ell\, g\, L_2,$$

onde d_ℓ e d_s denotam, respectivamente, as densidades da substância nas fases líquida e sólida. Assim:

$L_2 - L_1 = \alpha H_0 (d_s / d_\ell)$.

Aplicando agora a conservação da massa da porção de líquido que se solidificou:

$M_\ell = M_s \;\Rightarrow\; d_\ell A H_0 = d_s A \alpha H_0 \;\Rightarrow\; d_s / d_\ell = 1/\alpha$,

que substituída na equação anterior leva a:

$L_2 - L_1 = H_0$.

Finalmente, a substituição da equação acima na primeira equação implica em:

$L_2 = L_0$.

A resposta do item **(a)** é **Na nova situação de equilíbrio, o nível da substância na extremidade que não foi resfriada permanece igual ao seu nível inicial**

b) A diferença ΔL entre os níveis da substância na extremidade resfriada nas situações de equilíbrio final e inicial é expressa como:

$\Delta L = L_f - L_0 = L_1 + \alpha H_0 - L_0$,

a qual, usando os resultados do item a), permite escrever:

$\Delta L = H_0 (\alpha - 1)$.

Considerando $\alpha = 1{,}1$ (caso da água pura, H_2O) e $H_0 = 5$ cm, obtém-se:

$\Delta L = 0{,}5$ cm,

ou seja, na extremidade resfriada o nível final da substância é maior que o inicial.

A resposta do item **(b)** é **$\Delta L = 0{,}5$ cm**

<u>5ª QUESTÃO</u>

a) A equação da onda que se propaga no sentido positivo do eixo x é dada por

$y_+(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t) = A\text{sen}(2\pi x/\lambda - 2\pi ft)$, enquanto a onda que se propaga no sentido negativo deve ser

$y_-(x,t) = A\text{sen}(kx + \omega t) = A\text{sen}(2\pi x/\lambda + 2\pi ft)$.

A soma das ondas propagantes resulta numa onda estacionária.

$y_+(x,t) + y_-(x,t) = 2A\text{sen}(4\pi x/\lambda)\cos(4\pi ft)$.

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{y_E(x,t) = 2A\,sen(2x/\lambda)cos(4\pi ft)}}$

b) O comprimento L da corda deve conter um número inteiro de meio comprimento de onda mais um quarto de comprimento de onda devido ao anti-nó em x = 0.

$L = n \times (\lambda/2) + \lambda/2 = (\lambda/2)(n + ½)$.

Substituindo os valores para L e λ tem-se n = 4.

A resposta do item **(b)** é **número de nós = 4**

6ª QUESTÃO

Espelhos Esféricos

a) O comprimento da imagem da haste AB é dado por:

$L_i = p_B - p_A$,

onde p_A e p_B representam, respectivamente, as posições das imagens das extremidades A e B da haste.

Utilizando a equação de Gauss para espelhos esféricos, pode-se determinar o valor de p_B:

$1/f = 1/D + 1/p_B$, ou:

$p_B = D\,f/(D - f)$.

Um cálculo análogo para p_A resulta em:

$p_A = [(D + L)\,f]/(D + L - f)$.

Substituindo p_A e p_B na primeira equação:

$L_i = (L\,f^2)/[(D - f)(D + L - f)]$.

A resposta do item **(a)** é $\boxed{\mathbf{L_i = (L\,f^2)/[(D - f)(D + L - f)]}}$

b) Se a imagem é superposta ao objeto, logo ambos têm o mesmo comprimento, isto é:

$L_i = L$.

Utilizando o resultado do item a) na equação acima, obtém-se uma equação quadrática para a posição da extremidade B nessa situação:

$x_B^2 + (L - 2f)\,x_B - f\,L = 0$.

com soluções:

$x_B = (f - L/2) \pm (1/2)[L^2 + 4f^2]^{1/2}$.

No problema em questão $L = (3/2)f$, de modo que as raízes da equação podem ser escritas como:

$x_{B1} = (3/2)f$ e $x_{B2} = -f$ (raiz não física pois a imagem é real e sua coordenada deve ser positiva).

Assim, se f = 20 cm, então x_B = 30 cm dá a nova posição da extremidade B na situação em que a imagem da haste fica superposta ao objeto. Como L = 30 cm, então a extremidade A terá coordenada x_A = 60 cm. As posições das imagens dos pontos A e B, $x_{A'}$ = 30 cm e $x_{B'}$ = 60 cm, podem ser obtidas a partir das equações do item a), fazendo-se D = x_B = 30 cm. Curiosamente, apesar de a imagem estar superposta à própria haste, as posições dos pontos reais e refletidos encontram-se invertidas: $x_A = x_{B'}$ e $x_B = x_{A'}$.

A resposta do item **(b)** é

Posição das extremidades : x_A = 60 cm, x_B = 30 cm

Posição das suas imagens : $x_{A'}$ = 30 cm, $x_{B'}$ = 60 cm

As posições das extremidades e de suas imagens encontram-se invertidas, de modo a fazer com que haja uma superposição da haste com a sua própria imagem

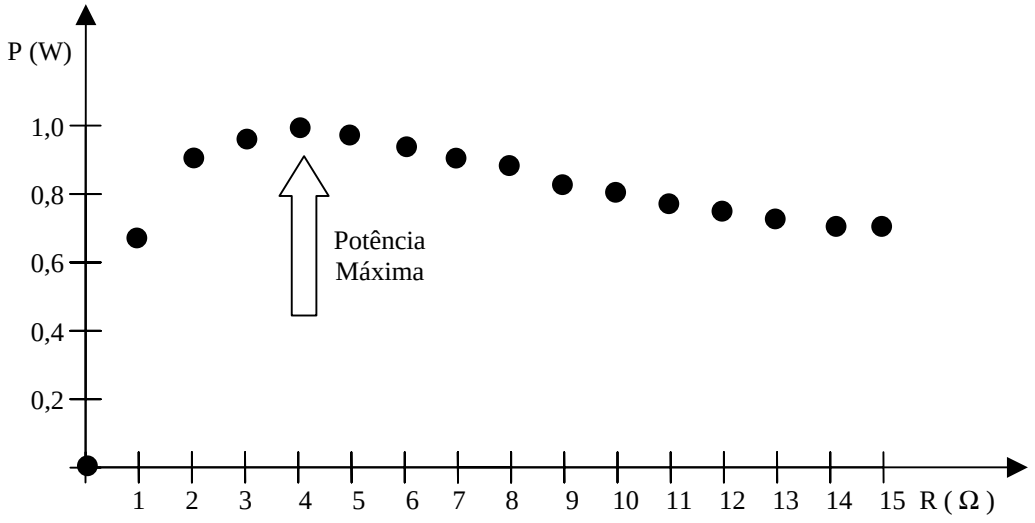
7ª QUESTÃO

a) A potência elétrica dissipada P no resistor R é dada por

$$P = R\,i^2 = R\,[\varepsilon/(R + r)]^2 = \frac{R}{(R+r)^2}\varepsilon^2$$

A resposta do item **(a)** é

$$\mathbf{P = \frac{R}{(R+r)^2}\varepsilon^2}$$



Do gráfico tem-se um máximo para R = 4 Ω.

A resposta do item **(b)** é **R = 4 Ω**

8ª QUESTÃO

Campo Magnético e Campo Elétrico

a) Como a partícula ingressa nas regiões de campos magnéticos B_1 e B_2 perpendicularmente às linhas que as delimitam, ela desenvolve movimentos circulares e uniformes nestas regiões. Denotando os raios das trajetórias circulares nas regiões 1 e 2 respectivamente por r_1 e r_2, o comprimento da trajetória abc é então dado por:

$L = (\pi/2)(r_1 + r_2)$.

Os raios r_1 e r_2 relacionam-se com os campos magnéticos B_1 e B_2, uma vez que a força magnética que atua na partícula nestas regiões age como a força resultante centrípeta. Por exemplo, na região 1:

$F_{magnética} = F_{centrípeta,}$

ou ainda:

$q B_1 v_0 \text{sen}(90^o) = m v_0^2 / r_1$,

de modo que:

$r_1 = mv_0 / qB_1$.

Da mesma forma, na região 2 tem-se que:

$r_2 = mv_0 / qB_2$.

Substituindo r_1 e r_2 na expressão para L:

$L = (\pi/2)(m v_0/q)[(B_1 + B_2)/B_1 B_2]$.

A resposta do item **(a)** é $\mathbf{L = (\pi/2)(m v_0/q)[(B_1 + B_2)/B_1 B_2]}$

b) Na região 3, não há campo magnético, porém existe um campo elétrico uniforme E, que faz com que a partícula sinta uma força elétrica constante de módulo F = q E, gerando assim um movimento retilíneo uniformemente variado nesta região. Portanto, a velocidade da partícula ao passar pelo ponto d é dada por:

$v = v_0 + a t$,

onde a denota a aceleração da partícula e

$t = L / v_0$

representa o tempo decorrido no deslocamento cd, isto é, o tempo que a partícula leva para percorrer a trajetória abc, como dito no enunciado. Tem-se ainda que:

$F = m\,a = q\,E$, ou:

$a = q\,E/m$,

que, em conjunto com as equações acima, implica em:

$v = v_0 + (\pi/2)\,E\,[(B_1 + B_2)/B_1\,B_2]$.

A resposta do item **(b)** é $\boxed{\mathbf{v = v_0 + (\pi/2)\,E\,[(B_1 + B_2)/B_1\,B_2]}}$