Questão 1

Vamos escolher o eixo y positivo no sentido da força $\vec{F}$, e o eixo x positivo no sentido inicial do movimento, com a origem do sistema de coordenadas no ponto $\mathbf{P} = (0, 0)$. Decompondo o movimento da bola após a ação da força nas direções x e y, teremos que ele será uniforme na direção x, e uniformemente acelerado na direção y,

$$x = x_0 + vt$$
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

Eliminando t destas expressões, e usando que x_0, y_0 e v_0 são nulos, podemos escrever a equação da trajetória da bola como:

$$y = \frac{1}{2}a\frac{x^2}{v^2}.$$

a) Da equação acima, por substituição vemos que $x = 10m$ e assim, como $t = x/v_0$, temos que

$$t = 2s.$$

b) Como calculado no ítem a), temos que

$$x = 10m.$$

c) a trajetória da bola é uma parábola com concavidade para cima, iniciando-se em $(0, 0)$ e terminando em $(10, 2)$.

Questão 2

a) Temos que $v_A = 30m/s$ e $v_B = 20m/s$. O carro A terá um movimento uniformemente acelerado, enquanto o carro B terá um movimento uniforme. Adotando a origem das coordenadas na frente do carro A teremos como equações para as coordenadas da frente do carro A e para a traseira do carro B:

$$x_A = 30t - \frac{1}{2}5t^2$$
$$x_B = 10 + 20t$$

A colisão ocorrerá quando $x_A = x_B$:

$$30t - \frac{5}{2}t^2 = 10 + 20t \rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0$$

cuja solução é $t = 2s$. Substituindo na equação horária do carro A, encontramos que

$$x_A = 50m$$

Logo o carro A percorreu $50m$ até a colisão.
b) Nesta nova situação, a velocidade do carro A passa a ser $v_A = 25m/s$. Repetindo o procedimento do ítem anterior, teremos

$$25t - \frac{5}{2}t^2 = 10 + 20t \rightarrow t^2 - 2t + 4 = 0$$

Se tentarmos resolver para t, teremos como solução

$$t = \frac{2 - \sqrt{4 - 4 \times 1 \times 4}}{2}$$

que não tem solução (real). Logo não existe um instante de tempo em que os carros irão colidir.

Questão 3

Denotando o início do movimento à altura H, como sendo o ponto A e o ponto a altura 2R, como ponto B, temos que a energia mecânica no ponto A é dada por $E_A = mgH$ e no ponto B, $E_B = mv^2/2 + 2mgR$, com m sendo a massa do homem, v a velocidade com que homem atinge o ponto B e g a aceleração gravitacional. Como a energia mecânica é conservada, temos que $E_A = E_B$. Além disso, no ponto B, temos que as forças que atuam sobre o homem são a Normal ($\vec{N}$) para cima e a força peso ($\vec{P}$) para baixo. Como no ponto B, o movimento é circular, a força resultante na direção radial, que é vertical neste ponto, é a força centrípeta, assim, temos

$$\begin{aligned} \vec{F_c} &= \vec{N} + \vec{P}, \quad \text{ou seja} \\ m\frac{v^2}{R} &= mg - N. \end{aligned}$$

A partir da equação da conservação da energia mecânica e desta última equação, temos que

$$N = mg\left[5 - 2\frac{H}{R}\right].$$

Substituindo os valores, e como a balança marca o peso aparente, isto é, $N = m_{ap}g$, com m_{ap} sendo a massa aparente do homem, temos que

$$H = 5 - \frac{m_{ap}}{m}$$

cujo resultado é $H = 4,1\ m$.

Questão 4

a) O cachorro executará um movimento circular uniforme em torno do poste, e portanto a força resultante será centrípeta. Como a única força na direção radial, ou seja, a direção do poste, que age sobre ele é a tensão da corda, T, a segunda lei de Newton nos diz que

$$T = m\frac{v^2}{r}$$

Para romper a corda, a tração sobre ela deve ser, segundo o enunciado, igual a $1000N$,logo a velocidade linear deverá ser

$$v^2 = \frac{1000N \times 1m}{20kg} \rightarrow v \approx 7m/s$$

b) Para determinar o tempo t que o cachorro gasta para dar uma volta, lembremos que o perímetro da circunferência de raio r é $2\pi r$. Então teremos que

$$2\pi r = vt$$

logo $t = 1s$.

Estes resultados indicam que é praticamente impossível que o cachorro consiga romper a corda, pois a velocidade que ele deveria atingir deveria ser de aproximadamente $25km/h$!

Questão 5

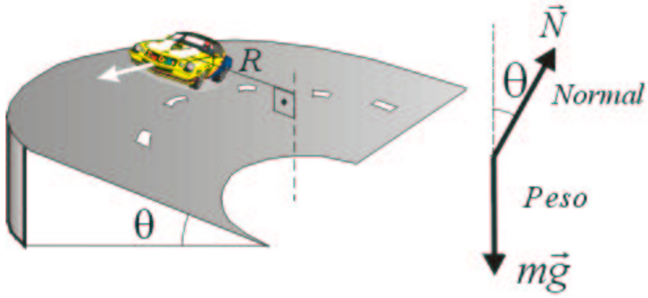
Considerando o movimento do copo como sendo uni-dimensional, na direção do movimento do mesmo, com a origem do sistema de coordenadas na posição onde se inicia o deslizamento do copo, temos que $\mu(x = 0cm) = \mu_0/2$ e $\mu(x = 10cm) = \mu_0$. Além disso, como dado no enunciado, a função $\mu(x) = Ax^2 + B$, com A e B, duas constantes a serem determinadas. A determinação destas constantes pode ser feita, computando-se $\mu(x)$ nestes dois pontos, ou seja,

$$\begin{aligned} \mu(0) &= B = \mu_0/2 \\ \mu(10) &= A(100) + B \end{aligned}$$

o que nos leva a concluir que $\mu(x) = \frac{\mu_0}{2}\left[\frac{x^2}{100} + 1\right]$.

Questão 6

a)



b) Como o carro executa um movimento circular uniforme, a força resultante será centrípeta. A segunda lei de Newton nos dá, nas direções horizontal e vertical, respectivamente, que

$$N sen\theta = m\frac{v^2}{r}$$
$$N cos\theta - mg = 0$$

Eliminando N nestas equações, obteremos que a velocidade com que o carro poderá fazer a curva será

$$v = \sqrt{R\ g\ (tg\ \theta)}$$

Questão 7

a) Para descobrir a velocidade com que o corpo chega no ponto B, podemos utilizar a lei de conservação de energia mecânica, isto é, $E_A = mgH = E_B = mv_B^2/2$. Logo, substituindo os valores dados, tem-se que $v_B = 10\ m/s$.

b) No trecho entre B e C, temos que as forças que atuam sobre o corpo são: a) na vertical, o peso e a normal, tal que as mesmas se cancelam, já que não há movimento nesta direção e portanto $N = P = mg$; b) na horizontal, a única força é a força de atrito, $F_a = \mu_c N = \mu_c mg$, contrária ao movimento. Assim, na direção do movimento, temos uma aceleração contante contrária ao movimento dada por $a = \mu_c g$.

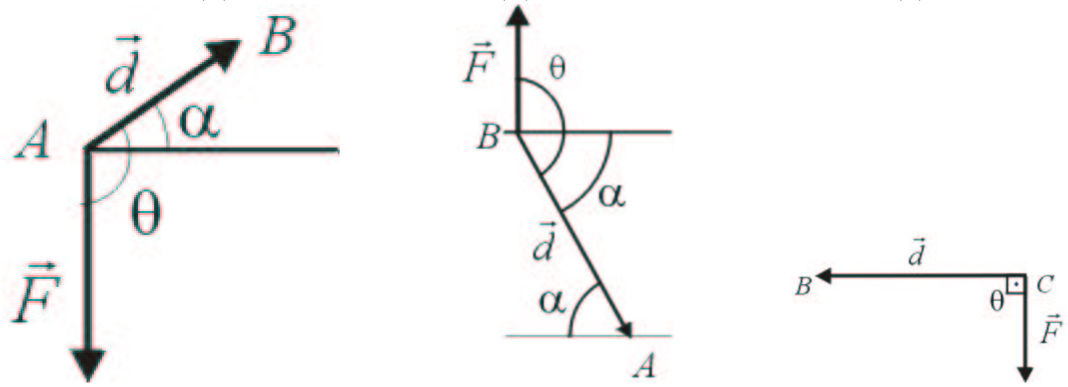
Com o auxílio da equação de Torricelli, $v_C^2 = v_B^2 + 2a\Delta x$ e usando que $\Delta x = 9\ m$, juntamente com os dados do problema, temos que $v_C = 8\ m/s$.

c) Para o cálculo da compressão sofrida pela mola, pode-se fazer uso novamente da lei de conservação da energia mecânica em C e no ponto onde a mola tem sua máxima compressão, ou seja, $E_C = mv_C^2/2 = E_x = Kx^2/2$. Desta equação obtém-se que $x = 40\ cm$.

Questão 8

Quando um corpo tem um deslocamento $\vec{d}$ sob a ação de uma força $\vec{F}$, o trabalho feito por esta força sobre o corpo é $W = Fdcos\theta$, onde F e d são os módulos da força e do deslocamento, respectivamente, e θ o ângulo formado pelos dois vetores.

(a) (b) (c)



a) A figura (a) acima representa $\vec{F}$, $\vec{d}$ e o ângulo entre eles para o caminho $1a$. Vemos que $cos\theta = cos(90+\alpha) = -sen\alpha = -\frac{H}{L}$. Portanto

$$W_{1_a} = FL(-\frac{H}{L}) = -F\ H$$

Para o trajeto $1b$, temos,pela figura (b) acima, que $cos\theta = cos(90+\alpha) = -sen\alpha = -\frac{L}{H}$. Portanto o trabalho será igual ao caso anterior:

$$W_{1_b} = -F\ H$$

O trabalho feito pela força no trajeto 1 será, então

$$W_1 = -2\ F\ H$$

b) A figura (c) acima representa $\vec{F}$, $\vec{d}$ e o ângulo entre eles para o caminho 2. Vemos que o ângulo entre a força e o deslocamento é 90^o e, como $cos90 = 0$, vemos que o trabalho no trajeto 2 é nulo.

c) O trabalho feito no trajeto total é igual a $-2\ F\ H$. Como o trajeto total é um circuito fechado, o fato que o trabalho é diferente de zero significa que a força $\vec{F}$ é uma força não conservativa.

Questão 9

Para encontrar o valor da velocidade com que os dois peixes se movem após um deles ter engolido o outro, faz-se uso da lei de conservação de momento linear para os instantes logo antes e logo após um engolir o outro. Denotando o peixe maior como 1 e o menor como 2, temos que

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$$

sendo v a velocidade dos dois logo após um engolir o outro. Com os valores dados, tem-se que $v \approx 0,45\ m/s$.

Questão 10

a) A energia potencial gravitacional que a nave terá, quando estiver a uma distância r do centro do planeta, será $E_P = -\frac{GMm}{r}$. Sua energia cinética será dada por $E_C = \frac{1}{2}mv^2$, logo sua energia mecânica na superfície do planeta será $E = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R}$. No infinito, sua energia potencial é nula (pois $r \to \infty$) e sua energia cinética também (pois v é nula). Logo, no infinito, $E = 0$. Pela conservação da energia, temos que

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0$$

Resolvendo para v, obtemos

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Esta deve ser a velocidade que a nave deve ter para conseguir escapar da atração gravitacional do planeta.

b) Utilizando a expressão acima, podemos escrever que

$$R_S = \frac{2GM}{v^2} = \frac{2 \times (6,7 \times 10^{-11}\frac{N}{m^2s^2}) \times (2 \times 10^{30}kg)}{(3 \times 10^8\frac{m}{s})^2} = 3 \times 10^3 m$$

Logo o raio de Schwarzschild é $R_S = 3\ km$

Questão 11

Para encontrar a massa do sistema (avião + passageiros), deve-se primeiro encontrar a diferença de pressão pela fórmula dada, ou seja, tem-se que $\Delta p = 3,75 \times 10^4\ N/m^2$. Uma vez que esta diferença de pressão é a responsável pela sustentação do avião, então, $\Delta p = F/A$. Além disso a força mínima necessária para sustentar o sistema deve ser igual ao peso dele, logo, temos que $F = P = mg$. Então substituindo os valores, temos que a massa do sistema $m = 7,5 \times 10^5\ kg$. Logo a massa do avião (mais passageiros) deve ser de 750 toneladas.

Questão 12

Como o gás ideal se expande isotermicamente, sua energia interna não varia. Assim, $\Delta U = Q - W = 0$, logo $Q = W$ e $W = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$, onde Δx é a compressão da mola. Para calculá-lo, façamos

$$\Delta V = A\Delta x \rightarrow \frac{V}{4} = A\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{1000\ cm^3}{4 \times 100\ cm^2} = 2,5\ cm$$

Então

$$5J = \frac{1}{2}k(2,5\ cm)^2 = \frac{1}{2}k(2,5 \times 10^{-2}m)^2$$

e obtemos

$$k = 1,6 \times 10^4 N/m$$

Questão 13

Isto ocorre porque a capacidade calorífica da areia é muito pequena, assim apesar do sol intenso durante o dia, o calor armazenado pela areia neste período é rapidamente transferido para o ar e as noites tornam-se muito frias no deserto.

Questão 14

Para um objeto distante (infinito), temos que a distância da imagem s' é igual à distância focal f. Para um objeto colocado a uma distância $s = 1\ m$ teremos, para s', que

$$\frac{1}{1m} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,05m} \rightarrow s' = 52,6mm$$

Logo a distância da imagem será de $52,6\ mm$, e, portanto, a lente deverá ser deslocado de $2,6\ mm$ em relação ao filme.

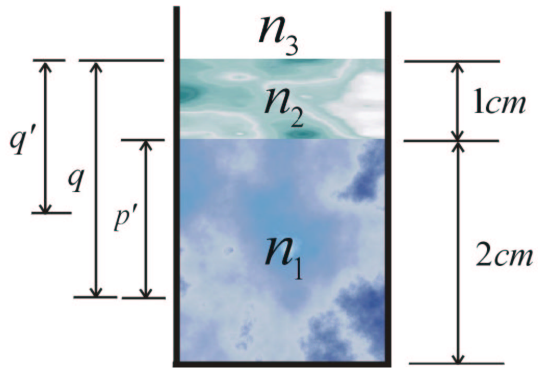
Questão 15

A imagem formada pelo espelho maior no seu ponto focal F, servirá de objeto virtual para o espelho menor, por estar atrás deste. Como, $F = r/2$, tem-se então que para o espelho menor, $s = -0,5\ m$ e $s' = 1,5\ m$. Como

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

temos, $f \approx -1,333\ m$ e assim o raio de curvatura do espelho menor é de aproximadamente -2,666 m, sendo o espelho convexo.

Questão 16



Pela figura acima, vemos que a profundidade aparente da superfície inferior será dada, devido à refração na superfície que delimita os dois líquidos, por

$$p' = \frac{n_2}{n_1} p = \frac{1,33}{1,46} \times (2cm) = 1,82\ cm$$

e, devido à refração na superfície superior, por

$$q' = \frac{n_3}{n_2} q = \frac{1}{1,33} \times (1 + 1,82cm) = 2,12\ cm$$

Logo a profundidade aparente do copo é de $2,12\ cm$.