Olimpíada Brasileira de Física 2004

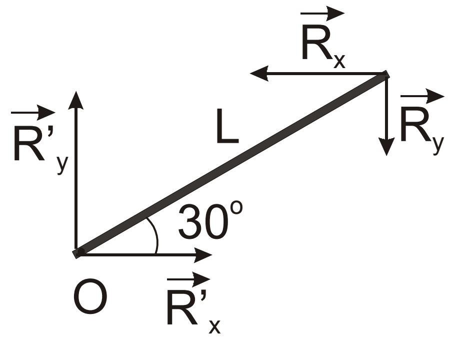
2ª Fase

Gabarito da prova para alunos de 3º ano

SBF
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

QUESTÃO 1

a) Seja R a força que a haste exerce sobre a janela e θ o ângulo que ela forma com a direção horizontal. Na figura abaixo estão representadas as componentes, R_x e R_y, da força R que a janela exerce sobre a haste (3ª Lei de Newton).



$$R_x = -R.\cos\theta \quad e \quad R_y = -R.\text{sen}\theta, \quad \Rightarrow \quad \frac{R_y}{R_x} = \text{tg}\,\theta$$

Equilíbrio da haste:

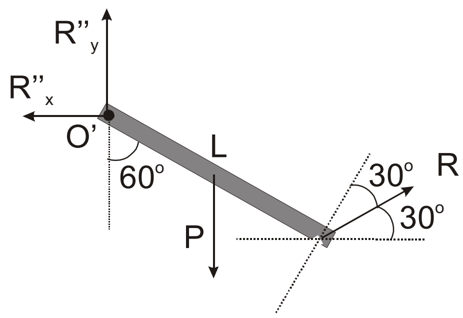
$$\sum \tau_O = -R_y.L\cos 30^o + R_x.L\,\text{sen}\,30^o = 0$$

$$R_y.L\cos 30^o = R_x.L\,\text{sen}\,30^o$$

$$\frac{R_y}{R_x} = \text{tg}\,30^o = \text{tg}\,\theta$$

Portanto, θ = 30° e a força que a haste faz sobre a janela está na direção da haste. **(3 pontos)**

b) Equilíbrio da janela:



$$\sum \tau_{O'} = R.L\cos 30^o - P.\frac{L}{2}\cos 30^o = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P}{2}$$ **(3 pontos)**

QUESTÃO 2

Aplicando a segunda lei de Newton a cada balde, após a transferência de uma massa m de areia do primeiro para o segundo, obtemos:

$$(M_2 + M + m)g - T = (M_2 + M + m)a$$

$T - (M_1 + M - m)g = (M_1 + M - m)a$, onde T é a tensão na corda.

Somando as duas equações: $(M_2 - M_1 + 2m)g = (M_1 + M_2 + 2M)a \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{M_2 - M_1 + 2m}{M_1 + M_2 + 2M}g$ **(1 ponto)**

Antes: $m=0$

$$a_i = \frac{M_2 - M_1}{M_1 + M_2 + 2M}g$$ **(1 ponto)**

Depois: $m \neq 0$

$$a_f = \frac{M_2 - M_1 + 2m}{M_1 + M_2 + 2M}g$$ **(1 ponto)**

Como: $a_f = fa_i$

$$M_2 - M_1 + 2m = f(M_2 - M_1) \quad \Rightarrow \quad m = \frac{(f-1)(M_2 - M_1)}{2}$$ **(2 pontos)**

b) O fator será máximo quando toda a areia for transferida de um balde para o outro.

$$m_{\max} = M: \quad 2M = (f-1)(M_2 - M_1) \quad \Rightarrow \quad f_{\max} = 1 + \frac{2M}{M_2 - M_1}.$$ **(1 ponto)**

QUESTÃO 3

O enunciado dessa questão ficou inconsistente, pois o valor correto do calor recebido para o processo representado na figura é de 1200 J e não de 270 J como constou no enunciado. A questão traz, também, um erro na unidade da constante *R,* que deve ser J/(mol.K).

Para evitar maiores transtornos e injustiças, ficou decidido manter a questão na correção com o valor de 270 J para o calor recebido.

Assim, a solução pela primeira lei da Termodinâmica seria:

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{0{,}1 \cdot 8 \cdot 300}{1} = 240\ \text{N/m}^2.$$ **(2 pontos)**

Trabalho: $\tau = p\Delta V = nR\Delta T = 0{,}1 \cdot 8 \cdot 600 = 480$ J; **(2 pontos)**

Calor: $Q = 270$ J;

Primeira Lei da Termodinâmica: $\Delta U = Q - \tau = 270 - 480 = -210$ J. $\Rightarrow$ $\Delta U = -210$ J. **(2 pontos)**

A solução utilizando a teoria cinética seria:

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta \text{T} = \frac{3}{2}.0{,}1.8.600 = 720J.$$ **(6 pontos)**

Ambas as soluções foram consideradas como válidas.

QUESTÃO 4

Equação dos espelhos esféricos: $\frac{1}{f} = \frac{1}{o} + \frac{1}{i}$

Tomando-se as coordenadas de um ponto qualquer do gráfico, por exemplo, o = 30 e i = 15, tem-se que f = 10cm.

Isto também pode ser deduzido das assíntotas no gráfico, uma para $i = \infty$ (o = 10 cm) e outra para $o = \infty$ (i = 10 cm).

Portanto:

a) f = 10 cm. **(1 ponto)**

b) Como a distância-focal é positiva, então o espelho é *côncavo*. **(1 ponto)**

c) Se o = 5 cm, resulta que $i = -10$ cm. **(2 pontos)**

d) O aumento linear transversal, A, é definido por $\text{A} = -\frac{i}{o} = -\frac{-10}{5} = 2$. **(1 ponto)**

e) Como a distância-imagem é negativa, a *imagem é virtual*, e como A > 0 a *imagem é direita*. **(1 ponto)**

QUESTÃO 5

a) Parábola com vértice na origem: $z = ax^2$, onde *a* = *constante*.

Para *x* = *d, z* = *h* $\Rightarrow$ $a = \dfrac{h}{d^2}$, logo $z = \dfrac{h}{d^2}x^2$. **(1 ponto)**

Energia potencial gravitacional: $E = mgz = \dfrac{mgh}{d^2}x^2$. **(2 pontos)**

Energia potencial da mola: $E_{mola} = \dfrac{kx^2}{2}$.

b) Comparando as duas energias: $\dfrac{k}{2} = \dfrac{mgh}{d^2}$. **(1 ponto)**

Período de oscilação de um corpo preso a uma mola: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{d^2}{2gh}} = \dfrac{2\pi d}{\sqrt{2gh}} \Rightarrow T = \dfrac{2\pi d}{\sqrt{2gh}}$ **(2 pontos)**

QUESTÃO 6

A velocidade da onda é a mesma para as duas fontes, já que estão em um mesmo meio: $v = \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2$.

Como $f_1 = f$ e $f_2 = \dfrac{3}{2}f$, então $\lambda_1 = \dfrac{3}{2}\lambda_2$. **(1 ponto)**

Para interferência destrutiva, as ondas devem chegar ao ponto P defasadas de ½ comprimento de onda.
Assim, as distâncias das fontes ao ponto P devem estar relacionadas aos comprimentos de onda por:

$$d_1 = (n_1 - \tfrac{1}{2})\lambda_1 \quad \text{e} \quad d_2 = n_2\lambda_2, \qquad \textbf{(1 ponto)}$$

onde n_1 e n_2 são dois inteiros.
A razão entre estas duas distâncias é

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_1 - \frac{1}{2}}{n_2}\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{n_1 - \frac{1}{2}}{n_2}\frac{3}{2} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad 2n_1 - 1 = n_2 \quad \Rightarrow \quad 2n_1 - n_2 = 1 \qquad \textbf{(1 ponto)}$$

Esta relação é satisfeita, para $n_1 = n$ com $n = 1, 2, 3, ...$
Logo $n_2 = 2n - 1$ e $n_2 = 1, 3, 5, ...$ **(1 ponto)**

Entretanto os comprimentos de onda devem ser os maiores possíveis, mas devem ser menores do que a distância ao ponto P. Esta condição é satisfeita somente para $n_1 = 2$ e $n_2 = 3$ e, portanto, os comprimentos de onda são:

$$\lambda_1 = \frac{d_1}{n_1 - \frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{1{,}2}{2 - \frac{1}{2}} = 0{,}80 \text{ m} \qquad \textbf{(1 ponto)}$$

$$\lambda_2 = \frac{d_2}{n_2} \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{1{,}6}{3} = 0{,}53 \text{ m} \qquad \textbf{(1 ponto)}$$

QUESTÃO 7

Resistência equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\lambda R} + \frac{1}{\lambda^2 R} + \frac{1}{\lambda^3 R} + ... = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda^3} + ...\right) \qquad \textbf{(2 pontos)}$$

Progressão geométrica com $q = \dfrac{1}{\lambda} < 1$: $\quad 1 + \dfrac{1}{\lambda} + \dfrac{1}{\lambda^2} + \dfrac{1}{\lambda^3} + ... = \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{\lambda}} = \dfrac{\lambda}{\lambda - 1}$. **(1 ponto)**

Portanto, $R_{eq} = \dfrac{\lambda - 1}{\lambda}R$. **(1 ponto)**

Potência: $P = \dfrac{V^2}{R_{eq}} = \dfrac{\lambda V^2}{(\lambda - 1)R} = \dfrac{1{,}8.12^2}{(1{,}8 - 1)3} = 108 \text{ W} \Rightarrow P = 108 \text{ W}$. **(2 pontos)**

QUESTÃO 8
O gráfico é a curva característica de um motor (receptor), dada por : $U = E' + r' i$, onde U é a tensão nos terminais, E' é a força contra-eletromotriz, r' é a resistência interna e i é a corrente que percorre o motor.

Do estudo do gráfico, vê-se que para $i = 0$, $U = 20$ V, portanto $E' = 20$ V; da inclinação da reta, determina-se a resistência interna: $r' = (25 – 20)/(0,05 – 0)$, $r' = 100\ \Omega$. Então, a equação desse motor fica:

$U = 20 + 100.i$ **(2 pontos)**

O rendimento, η, do motor é dado $\eta = E'/U$.

Se $\eta = 0,50$, então $E'/U = 0,50$ e $U = 2,0E' = 40$ V. **(2 pontos)**

Substituindo na expressão acima, vem:

$40 = 20 + 100.i$ e $i = 20/100$. Ou

$i = 0,20A$ **(2 pontos)**