GABARITO 3ª FASE 3º ANO
28/10/2000

Quando necessário considere:
g = $10\ m/s^2$, densidade da água = 1 g/cm^3 , 1 atm = $10^5\ N/m^2$, $c_{água}$ = 1 cal/g.^{0}C ,
sen 27^0 = 0,45 , sen 45^0 = 0,71, cos 27^0 = 0,90, c = 300.000 km/s, $m_{próton}$ = 1,7 x 10^{-27} kg

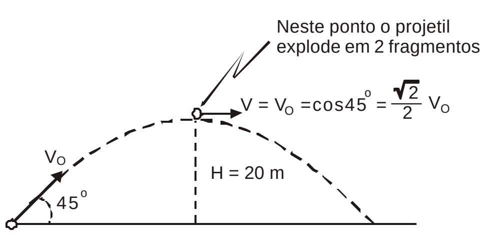
QUESTÃO 01

Um projétil é lançado do solo em ângulo de 45^0. Quando atinge o ponto mais alto de sua trajetória (P) a 20 m de altura, o projétil explode em 2 fragmentos A e B de massas iguais. O fragmento A sai verticalmente para baixo com velocidade inicial de 30 m/s.
Desprezando a resistência do ar:

a) Calcular a altura máxima atingida pelo fragmento B em relação ao solo.
b) Calcular a distância que o fragmento B atinge o solo com relação ao ponto de lançamento do projétil.

RESPOSTA.

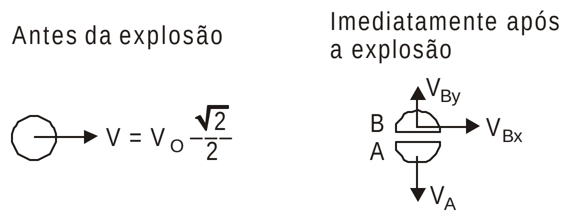
O projétil explode em duas partes iguais quando passa pela posição de altura máxima. A velocidade de cada parte deve ser determinada a partir da "conservação da quantidade de movimento". Conhecendo-se a velocidade de cada parte, pode-se conhecer os parâmetros dos respectivos movimentos. O primeiro passo é determinar a velocidade horizontal V do projétil na altura máxima, antes da explosão. Para tal é necessário calcular a velocidade Vo no instante do lançamento em ângulo de 45^o, pois V = Vocos45^o.



As equações da balística aplicadas para o caso são:
1) x = (Vocos45)t
2) y = (Vosen45)t – $5t^2$
3) Vx = Vocos45
4) Vy = Vosen45 – 10.t

Na altura máxima Vy = 0; isolando-se t na eq.4 e substituindo na eq.2 (fazendo y = H) tem-se: H = $(Vo^2 sen^2 45)/2g$ donde Vo = $(2gh/sen^2 45)^{1/2}$. Sendo H = 20 m, g = 10 m/s^2 e sen45 = (√2)/2, tem-se que Vo = 20√2 m/s.
Portanto, no ponto mais alto da trajetória a velocidade é V = Vocos45 =(20√2)(√2)/2 = 20 m/s.
A velocidade do projétil no instante da explosão é, então, V = 20 m/s, na direção horizontal.

Determinação das velocidades das duas partes do projétil imediatamente após a explosão.



Aplicando-se a Lei da Conservação da quantidade de movimento nas direções x e y temos:
Direção x: m.20 = (m/2).V_{Bx} ∴ V_{Bx} = 40 m/s.
Direção y: 0 = (m/2)V_A + (m/2)V_{By} ∴ V_{By} = -V_A. O sinal negativo significa que, se A move-se verticalmente para baixo, B mover-se-á verticalmente para cima com velocidade de igual valor ao de A . Assim, como V_A = 30 m/s, V_{Bx} = - 30 m/s
Focalizando-se no pedaço B observa-se que, após a explosão, o seu movimento balístico é condicionado pelas velocidades iniciais nas direções horizontal e vertical: V_{Bx} = 40 m/s e V_{By} = 30 m/s.

a) Altura máxima atingida por B.

   $y = 20 + 30t - 5t^2$ e $V_y = 30 - 10.t$. No ponto mais alto a velocidade do fragmento B é Vy = 0. Logo, t = 3 s. A altura máxima será, então, igual a:
   $y_{max} = 20 + 30.3 - 5\,(3)^2 = 65$ m.

b) Distância que o fragmento B atinge em relação ao ponto onde o projétil foi lançado.

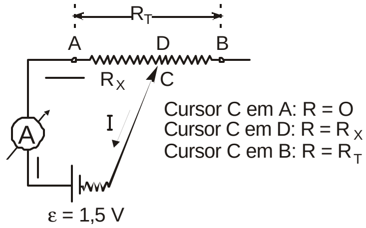
   x = 40t e $y = 20 + 30t - 5t^2$. O instante t em que o fragmento B atinge o solo é calculado fazendo y = 0, o que resulta $5t^2 - 30t - 20 = 0$ ∴ t = 6,6 s. Substituindo em x = 40.t, tem-se x = 40x6,6 = 264 m, que é a distância em que o fragmento B atinge o solo em relação ao ponto de explosão. Com relação ao ponto de lançamento do projétil deve-se considerar o deslocamento x = (v cos45)t = 20t do carrinho até o projétil atingir a altura máxima. O valor de tempo será determinado considerando
   Vy =0 ∴ 0 = V_0 sen45 –10t ∴ t = V_0 sen45/10 = 20/10 = 2 s
   Logo X = 20 x 2 = 40 m
   Finalmente, a distância em relação ao ponto de lançamento é d = 264 + 40 = 304 m

QUESTÃO 02

Um potenciômetro é um resistor que pode ser ajustado desde resistência nula até um determinado valor máximo. Esse potenciômetro é ligado a uma pilha de 1,5 V e também a um amperímetro em série. Conforme, o potenciômetro é ajustado desde zero até o seu valor máximo, a corrente varia de 1 A até 200 mA. A resistência do amperímetro é desprezível.

a) Calcular a máxima potência dissipada na pilha.
b) Calcular a máxima potência dissipada no potenciômetro.

Resposta.



a)

$\varepsilon = v + r_i i$

A potência máxima dissipada pela pilha corresponde à situação de curto-circuito, ou seja i_{cc} = 1 A. Logo,

P_p = 1,5 V x 1 A = 1,5 W

b)A máxima potência dissipada no potenciômetro corresponde a um valor onde a resistência interna da pilha é igual a resistência do potenciômetro:

$r_i = 1{,}5\ V/1{,}0\ A = 1{,}5\ \Omega \rightarrow r_{pot} = r_i = 1{,}5\ \Omega$

$P_{dissppot} = r_{pot}\ i^2$ como $\varepsilon = 3\,i \rightarrow 1{,}5/3 = 0{,}5$ A. Assim,

$P_{dissppot} = 1{,}5 \times 0{,}25 = 0{,}375$ W

QUESTÃO 03

O êmbolo de uma seringa tem área de 1 cm^2, massa e atrito desprezíveis. O êmbolo é recuado de forma que a seringa aspira 5 cm^3 de ar a 27 ^0C (temperatura ambiente) e pressão atmosférica normal (1 atm) . A seringa é colocada verticalmente, com o bico para baixo, sobre uma mesa emborrachada que veda totalmente o bico.
Quando uma massa de 4 kg é colocada sobre o êmbolo, verifica-se que imediatamente após, o volume se reduz a 1,7 cm^3 . Depois de cerca de 20 minutos a massa é retirada de cima do êmbolo muito lentamente. (o êmbolo é descomprimido durante cerca de 30 min).

a) Calcular o volume do ar depois de cerca de 30 min.
b) Representar todas as transformações do gás num diagrama PV e explicar como poderia ser calculado o calor transferido para o meio ambiente.

Resposta.

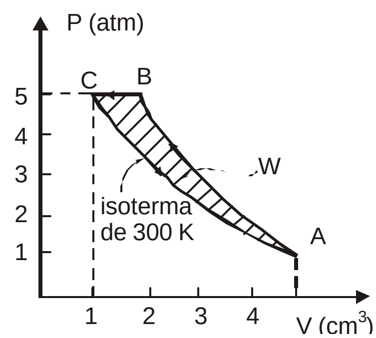
De B para C

a) $PoVo/To = P_2 V_2 /T_2$ $T_2 = T_0$ $P_2 = P_C = 5$ atm

$PoVo = P_2 V_2$ (isotérmica) $V_C = (P_0 /P_C)V_0 = 1/5 \times 5\ cm^3 = 1\ cm^3$ volume imediatamente antes de começar a retirar a pressão V_{final} = ?

$P_CV_C /T_C = P_fV_f /T_f$ de C para A →transformação isotérmica $P_fV_f = P_CV_C$ →
$V_f = P_CV_C /P_f = 5 \times 1/1 = 5\ cm^3$.

b)



A área W é o trabalho total realizado sobre o gás. Como o gás volta ao estado inicial, sua energia interna não muda. Assim, pela 1ª Lei da termodinâmica, o calor transferido ao ambiente é Q = W

QUESTÃO 04

A densidade do ar a 27^0C ao nível do mar é aproximadamente 1,2 kg/m^3. Calcular, ao nível do mar:

a) A densidade do ar, a 127^0C.
b) O volume de um balão de plástico de massa 600 g para que ele flutue , com ar a 127^0C e a temperatura ambiente de 27^0C.

Resposta.

Considerando-se o ar como sendo um gás perfeito podemos escrever: PV =nRT. Substituindo-se n = m/M (m = massa de uma porção de ar e M a sua massa molecular) tem-se: PV = (m/M)RT ou (m/V) = (PM)/RT ou d = (PM)/RT (densidade).

a) Para T = 300 K e d = 1,2 kg/m^3, (PM)/R = d.T = 300x1,2 = 360 (Kkg/m^3). Para T = 400 K (127 ^oC) a densidade do ar será d = (PM)/RT = 360/400 = 0,9 kg/m^3.

b) Igualando-se o empuxo do ar ambiente sobre o balão (Vd_2g) à soma do peso do balão (mg) mais o peso do ar quente (Vd_1g) tem-se: (Vd_2g) = (mg) + (Vd_1g) . Substituindo-se d_2 = 1,2 kg/m^3; d_1 = 0,9 kg/m^3; e m = 0, 600 kg e resolvendo, tem-se: $V = m/(d_2-d_1)$ donde V = 2 m^3.

QUESTÃO 05

Na física nuclear é comum utilizar uma unidade de energia pequena, chamada de elétron-volt (eV) que corresponde a uma energia igual a $1,6 \times 10^{-19}$ J. Um acelerador de partículas pode transferir uma energia de 5 MeV (1 MeV = 10^6 eV), a cada próton.

a) Qual é a velocidade que um próton adquire neste acelerador?
b) Qual é a energia que uma partícula α, inicialmente em repouso, adquire quando um próton, com a energia acima colide frontalmente com ela? Considere o choque perfeitamente elástico. A partícula α é um núcleo de He (2 prótons e 2 neutrons).

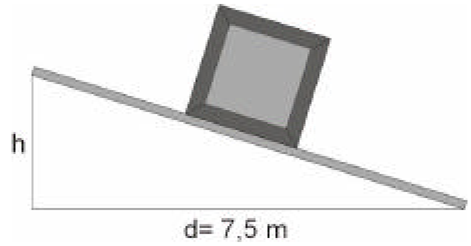
Resposta:

a) $eV = 1,6 \times 10^{-19}$ J
$E_{ac} = 5 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-13}$ J
$\frac{1}{2} m_p v_p^{\ 2} = 8 \times 10^{-13}$ J $\rightarrow v_p = \sqrt{9,40 \times 10^7}$ m/s $\cong 3,1 \times 10^7$ m/s $\cong$
$2,35 \times \sqrt{1,7} \times 10^7$ m/s = (($4 \times \sqrt{1,7}$) / 1,7) $\times 10^7$ m/s = $3,068 \times 10^7$ m/s
$v = 3,07 \times 10^7$ m/s

b) $m_\alpha = 6,8 \times 10^{-27}$ kg
$Q_i = Q_f$ e $E_{ci} = E_{cf}$
$E_{f\alpha} = 5,12 \times 10^{-13}$ J

QUESTÃO 06

Uma rampa de madeira deve ser usada para descarregar caixas cúbicas de 1 m x 1 m x 1 m. O coeficiente de atrito é $\mu = 0{,}75$.

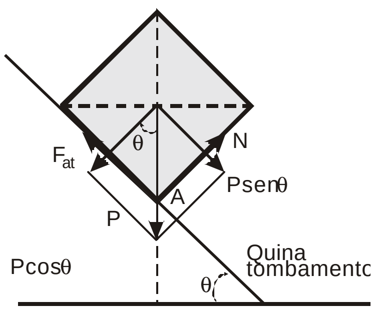


a) Calcular a máxima altura h de forma que ela deslize sem rolar pela rampa.

b) Calcule a energia dissipada por uma caixa, caso ela deslize do topo da rampa até a base. A densidade média da caixa vale 2,0 g/cm^3.

Resposta.

a) A iminência de deslizamento ocorre quando a linha de ação do peso passa exatamente pela "quina de tombamento" representada na figura pela letra A .



Se a linha de ação passa um pouco antes de A, a caixa não tombará.

Assim, podemos escrever que Momento da componente Pcosθ >Momento da componente Psenθ ou

$P\cos\theta(x) > P\text{sen}\theta(y)$

onde x e y são os braços das componentes em relação à quina A.

Dividindo-se ambos os membros por "cosθ" e simplificando P tem-se: $x > \tan\theta.y$ ou $\tan\theta < x/y$; mas como a caixa é quadrada de lado "L" os braços serão iguais $x = y = L/2$ e o resultado é que $\tan\theta < 1$. Isto significa que para $\theta < 45^o$ a caixa não tombará.

Como $\tan\theta = h/d$ podemos fazer a seguinte relação: $h/d < 1$ ou seja $h < 7{,}5$ m.

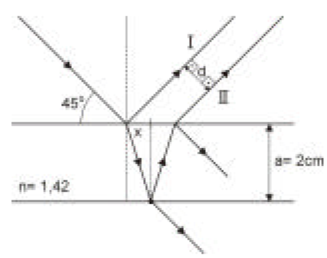
b) $E_{dissp} = Trab_{Fat} \rightarrow E_{dissp} = fat . L \rightarrow \mu mg\cos\theta.L$ como $L = d/\cos\theta$

$\mathbf{E_{dissp}} = \mu\, \rho\, V\, g\, d = 0{,}75x2x10^3x1x10x0{,}75 = \mathbf{112{,}5x10^3\ J}$

$\mathbf{E_{dissp} = 112{,}5x10^3\ J}$

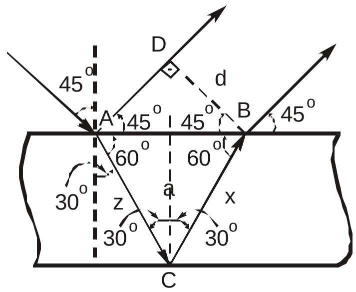
QUESTÃO 07

Um raio de luz monocromático incide sobre uma lâmina de faces paralelas, conforme ilustra a figura. Calcule:



a) O tempo que o raio luminoso leva para atravessar a lâmina e sair pela mesma face que penetrou.
b) A distância d.

Resposta.
1 – Ângulo de refração. Lei de Snell: $\text{sen}45^o / \text{sen}R^0 = 1{,}42$ donde $\text{sen}R^0 = \text{sen}45^o / 1{,}42 = 0{,}5$. Portanto, o ângulo de refração $R = 30^o$.



2 – Determinação dos outros ângulos. O raio incide em A com ângulo de 45° e refrata com ângulo de 30°. Dentro da lâmina a luz se propaga e incide com ângulo de 30° no ponto C (parte refrata para o ar – não mostrado na figura) e reflete fazendo um ângulo de 30° com a normal. Este raio refletido internamente em C incide em B com ângulo de 30° com a normal (parte reflete para o interior da lâmina – não mostrado) e refrata para o ar fazendo um ângulo de 45° com a normal. Observe que o triângulo ABC é um triângulo eqüilátero, pois os ângulos internos são de 60°.
3 – Determinação do lado x do triângulo eqüilátero. Neste triângulo pode-se escrever que $\cos 30^o = a/x$ ou $x = a/\cos 30^o = 2/0{,}866 = 2{,}31$ cm.
4 – Velocidade da luz dentro da lâmina. O índice de refração é uma relação entre a velocidade da luz no ar (vácuo) e a velocidade da luz no meio. Então, $n = c/v$ donde $v = c/n = 300.000/1{,}42 = 211.268$ km/s

a) O tempo que o raio luminoso leva para atravessar a lâmina e sair pela mesma face pela qual penetrou é $\Delta t = 2x/v = [2x2{,}31x10^{-2}\ \text{m}]/[211.268x10^3\ \text{m/s}] = 2{,}19 \times 10^{-10}$ s.
b) A distância d pode ser determinada analisando o triângulo ABD onde o lado oposto ao ângulo de 90° é $x = 2{,}31$ cm. Este triângulo é retângulo e isósceles com dois lados iguais a "d". Portanto, aplicando Pitágoras: $d^2 + d^2 = x^2$ ou $2d^2 = x^2$ donde $d = x/\sqrt{2} = 1{,}63$ cm.

QUESTÃO 08

Um indivíduo quer obter 1 litro de água fervendo (a 100 ^{0}C) numa garrafa térmica. Para isso coloca 1 litro de água a 20^{0}C (temperatura ambiente) e usa uma resistência elétrica de imersão de 840 W. Depois de 15 minutos verifica que a água já estava fervendo e só restaram 900 ml de água na garrafa.

a) Calcular a capacidade térmica total do conjunto (garrafa vazia + resistência elétrica).
b) Depois de acrescentar 100 ml de água a 20^{0}C na garrafa, durante quanto tempo a resistência deve ficar ligada para obter novamente 1 litro de água a 100^{0}C?

Resposta.
A energia fornecida pelo resistência elétrica de imersão foi: E = 840(J/s) x 15(min) x 60(s/min)/4,2 (J/cal) = 180.000 cal = 180 kcal.
Esta energia foi utilizada para evaporar 100 g de água a 100° C [100(g) x 540(cal/g) = 54 kcal]; aquecer de 20 a 100° C a quantidade de 1000 g de água [1000(g) x 1(cal/g.°C) x (100-20)(°C) = 80 kcal] e aquecer o recipiente bem como a própria resistência

$[C(kcal/^oC)x(80)(^oC) = 80C]$. Assim:

a) 180 kcal = 54 kcal + 80 kcal + 80C donde $C = 0{,}575\ kcal/^oC$ ou $C = 575\ cal/^oC$.

b) Primeiro deve-se calcular a temperatura final T da mistura:

$(900+575)(T-100) + 100(T-20) = 0$

$1475T - 147500 + 100T - 2000 = 0$ donde $T = (149500)/(1575) = 94{,}92\ ^oC$

Agora que a mistura + vasilhame estão a $94{,}92^oC$, ele será aquecido até 100^oC,

Logo, o tempo Δt que o aquecedor deverá ficar ligado será:

$840\ \Delta t /4{,}2 = (1000+575)(100-94{,}92)$, donde $\Delta t = 40$ s.